FECHA

Diciembre, 14 2018

HORA

Inicio de Prueba:	16:00 hora de Lima - Perú
Finalización de Prueba:	20:00 hora de Lima – Perú

PUNTAJE

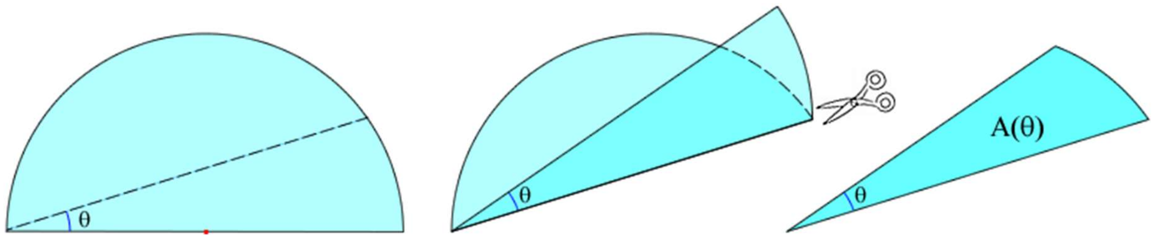
Respuesta Correcta	Puntaje:	+15
Respuesta Incorrecta	Puntaje:	-3
Respuesta sin contestar	Puntaje:	0

Puede hacer uso de los recursos de la web, pero NO está permitido compartir información con otros participantes.

1. El centro de una circunferencia de radio r = 1 se encuentra en el origen de coordenadas. Un punto P se encuentra en el punto (3; 0). Se traza una recta tangente genérica a dicha circunferencia. Encuentre las ecuaciones paramétricas del lugar geométrico definido por el punto de intersección de dicha recta tangente y la recta perpendicular trazada desde el punto P a dicha recta tangente. Usar como parámetro la variable t.

   A) $x = 1 - \cos^2 t + \cos t$; $y = \text{sen}\, t - \text{sen}\, t \cos t$
   B) $x = 1 - 3\cos^2 t + \cos t$; $y = \text{sen}\, t - \text{sen}\, t \cos t$
   C) $x = 3 - \cos^2 t + \cos t$; $y = \text{sen}\, t - 3\,\text{sen}\, t \cos t$
   D) $x = 3 - 3\cos^2 t + \cos t$; $y = \text{sen}\, t - 3\,\text{sen}\, t \cos t$
   E) $x = 1 - 3\cos^2 t + \cos t$; $y = \text{sen}\, t - 2\,\text{sen}\, t \cos t$

2. La figura muestra un papel que tiene la forma de una región semicircular. Se procede a realizar un pliegue en el mismo, mostrado con líneas punteadas, y luego a doblar el papel por dicho pliegue. Se define así una región común superpuesta entre estos trozos de papel. Determine el aproximadamente valor que debe tomar el ángulo θ (grados sexagesimales) para que el área de esta región superpuesta $A(\theta)$ tome su máximo valor posible.



   A) 25°   B) 30°   C) 35°   D) 40°   E) 45°

3. Los años de servicio de tres personas son impares que forman una proporción aritmética continua cuya razón vale 4. Se debió repartir una bonificación proporcionalmente a dichos años, pero por error no se les había considerado dos años, por lo que la mayor diferencia entre dos de las tres partes varió en S/. $\overline{(a+3)(a-2)0}$; además, el mayor recibió S/. $\overline{bc0(b-1)(c-1)}$. Halle la suma que debió recibir el menor, de como respuesta la suma de las cifras diferentes entre sí.

   A) 10   B) 8   C) 12   D) 16   E) 5

4. Si $\overline{abc} = \overset{\circ}{37} + 6$ y $\overline{bac} = \overset{\circ}{11} - 8$. Si "c" es máximo, ¿cuántas fracciones irreductibles periódicas puras con "b" cifras en el período existen, tales que su numerador sea "c − 3"?

   A) 46   B) 48   C) 52   D) 53   E) 54

5. Si: $A = \underbrace{\overline{aa...a}}_{\text{k cifras}}{}_{(n)}$ y $B = \underbrace{\overline{bb...b}}_{\text{k cifras}}{}_{(n)}$; además $A + B = \overline{n10}_{(a+b)}$ y al expresar A en base "$n+1$" la suma de sus cifras es 12. Calcule el máximo valor de "$a+b+n+k$".

   A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

6. Para cada entero positivo k, sea $d(k)$ la cantidad de divisores positivos de k. Determine el menor valor de n para el cual existe un entero positivo a tal que $d(a) = d(a+735) = n$.

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Si el conjunto solución de la ecuación $[\![x-3]\!] + [\![x\sqrt{5}]\!] = 7$, se puede expresar en la forma $[a; b] \setminus \{c\}$, determine el valor de $c^2 - a^2$.

   A) 5 B) 8 C) 1 D) 3 E) 7

8. Sea el polinomio $P(x)$ sobre $\mathbb{C}$ con suma de coeficientes igual a la unidad. Se sabe además que $P(0) = 1,\ P(2) = 5,\ P(3) = 14,\ P(4) = 30$ y $P(5) = 55$. Sean $x_1, x_2, \dots, x_5$ sus cinco raíces. Determine.

$$\sum_{1 \le i < j \le 5} (1 + x_i)(1 + x_j)$$

   A) 195 B) 150 C) 155 D) 110 E) 115

9. Sean x, y y z, tres números racionales positivos tales que $x > y$, de tal modo que.

$$\sqrt{4\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{x+y} + \sqrt[3]{x-y} - \sqrt[3]{z}$$

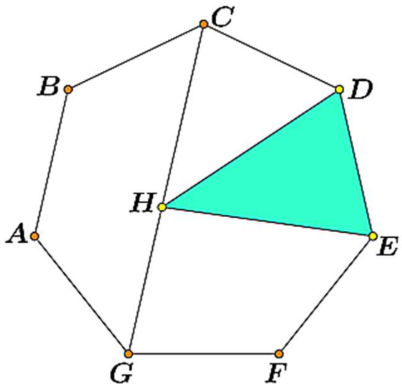
   Determine el valor de $3z - xy^{-1}$.

   A) -1 B) 1 C) -2 D) 2 E) -3

10. En el primer cuadrante del plano se forma el conjunto *A* con los puntos con coordenadas enteras positivas, esto es $A = \{(m;\ n) |\ m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}\}$. A cada punto $(m;\ n)$ de A se le asigna el valor $3^{-n}2^{-2m-n}$. La suma de todos los valores de los puntos $(m;\ n)$ de A con coordenadas $m \ \geq\ 2n+1$, es N^{-1}. Determine la suma de las cifras de N.

    A) 17 B) 18 C) 19 D) 15 E) 11

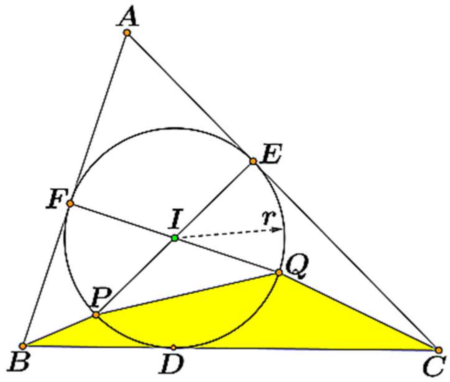
11. El polígono ABCDEFG es regular. Determine el área del triángulo HDE si AB = GH = 2 u .



A) $\sqrt{7}\,u^2$ B) $\frac{6}{5}\sqrt{5}\,u^2$ C) $\frac{8}{5}\sqrt{3}\,u^2$ D) $\frac{37}{20}\sqrt{2}\,u^2$ E) $\frac{5}{2}u^2$

12. Si el cuadrilátero BPQC es cíclico, encuentre el valor de:

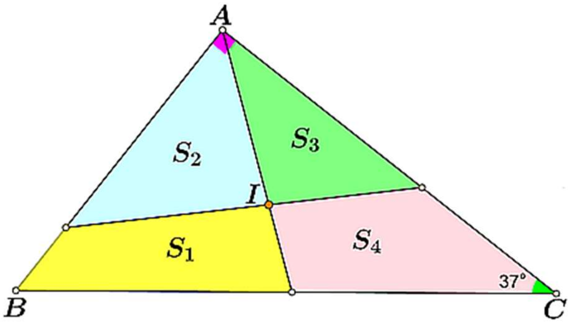
$$K = \frac{AB + AC}{BC}$$



A) 4/3 B) 5/3 C) 2 D) 3 E) 5/2

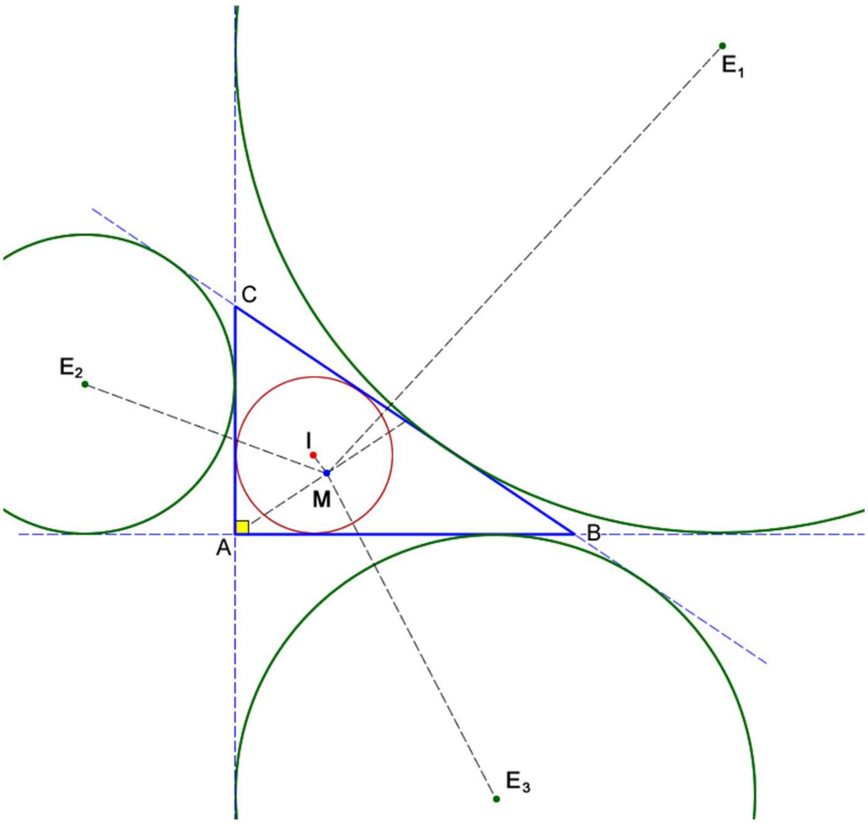
13. En el triángulo ABC mostrado, I es el incentro. Si S_i son las áreas de las regiones mostradas, determine:

$$M = 4\frac{S_1}{S_2} + 3\frac{S_4}{S_3}$$



A) $\frac{95}{7}$ B) $\frac{96}{7}$ C) $\frac{25}{2}$ D) $\frac{27}{2}$ E) 13

14. La figura muestra un triángulo rectángulo ABC recto en A, su incentro I y sus excentros E_1, E_2 y E_3. Si la longitud del segmento AM es 1, siendo M punto medio de la mediana del triángulo relativa a la hipotenusa, determine la siguiente suma: $E_1M + E_2M + E_3M + IM$.
φ : Número áureo



A) 10 B) 12 C) $7\sqrt{2}$ D) $7\sqrt{3}$ E) $\frac{37}{5}\varphi$

15. En el triángulo ABC trazamos la mediana CM y la altura AN (N es un punto del segmento BC). Si AB=12, AN=CM y el mayor valor posible del área del triángulo ABC es $a+b/\sqrt{3}$, donde a y b son números enteros, calcule el valor de $a+b$.

A) 42 B) 36 C) 56 D) 45 E) 54

16. Si se cumple: $tan^2x + cot^2x = 5 \quad \left(x \in \langle 0; \frac{\pi}{2}\rangle\right)$ determinar el valor de:

$$R = \frac{sec^5x\left(\sqrt{7} + sec^2x\right) + cosec^5x\left(\sqrt{7} + cosec^2x\right)}{secx + cosecx}$$

A) 192 B) 194 C) 196 D) 198 E) 200

17. Los ángulos internos de un triángulo ABC cumplen:

$$tanA + tanB = m$$
$$tanB + tanC = n$$
$$tanA + tanC = p$$

Determine: $G = secA.secB.secC$

A) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}$ B) $\frac{1}{mn}+\frac{1}{np}+\frac{1}{mp}$ C) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}\right)$
D) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{mn}+\frac{1}{np}+\frac{1}{mp}\right)$ E) $2\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}\right)$

18. Cumpliéndose $cosecA + cosecB \ = m$, $cotA + cotB = n$
Obtener el valor de $tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$

A) $\frac{m^2-n^2}{2n}$ B) $\frac{m^2-n^2}{2m}$ C) $\frac{n^2-m^2}{2n}$ D) $\frac{n^2-m^2}{2m}$ E) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$

19. Resolver la siguiente ecuación trigonométrica:

$$sen3x = sen7x + cos7x$$

e indicar el número de soluciones en el intervalo $\langle 0; \frac{\pi}{2}\rangle$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) infinito

20. Sea $\mathcal{R}$ el conjunto de los números reales y $\mathcal{R}^+$ el conjunto de los números reales positivos. Para cada una de las siguientes proposiciones, determine si es verdadera (V) o falsa (F), e indique la secuencia correcta.

I. Existe una función $f:[-1,1]\rightarrow \mathcal{R}$ no constante tal que $f(\text{sen x})+f(\cos \text{x})\geq 4f(\text{sen x}+\cos \text{x})$, para todo $\text{x}\in\mathcal{R}$.

II. Existe una función $g:[-1,1]\rightarrow \mathcal{R}^+$ tal que $g(\text{sen x})\geq 2g(\cos \text{x})$, para todo $\text{x}\in\mathcal{R}$.

III. Existe una función $h:[-1,1]\rightarrow \mathcal{R}$ no contante tal que $h(\text{sen x})\geq h(\cos \text{x})$, para todo $\text{x}\in\mathcal{R}$.

A) VVV B) VFF C) FFV D) VFV E) FVF

21. Determine la magnitud que representa K en:

$$K = \frac{I^2 L}{RC}$$

Donde I : Intensidad de corriente eléctrica (A)
L : Inductancia (H)
R : Resistencia eléctrica (Ω)
C : Capacitancia (F)

A) tiempo B) potencia C) energía
D) frecuencia E) flujo eléctrico

22. Dos vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$ cumplen la siguiente condición:

$$\left|\overline{A} + 4\overline{B}\right| = \left|\overline{A}\right|$$

Determine:

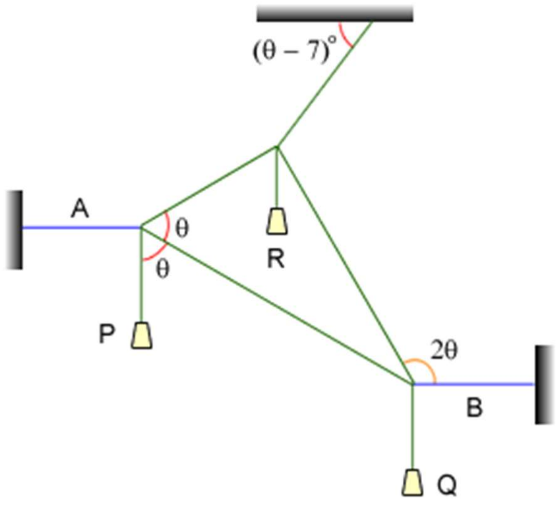
$$K = \frac{\left|2\overline{A} + \overline{B}\right|}{\left|2\overline{A} + 7\overline{B}\right|}$$

A) $0,5$ B) $1,0$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) Faltan datos

23. Un móvil parte del reposo desde el punto A y moviéndose con una aceleración tangencial de magnitud constante pasa consecutivamente por los puntos B y C. Si los desplazamientos angulares experimentados por el móvil al recorrer los tramos AB y BC son $\theta_1 = \tan(\pi/6)$ rad y $\theta_2 = \cos(\pi/6)$ rad respectivamente, determine cuántas veces aumenta la magnitud de su aceleración al recorrer el tramo BC.

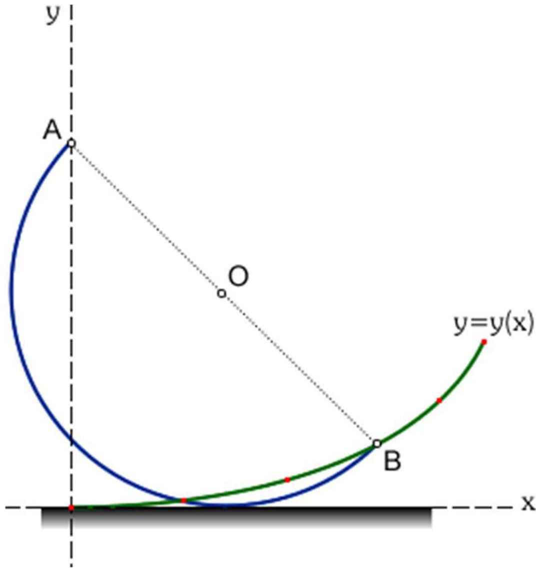
A) $1,5$ B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

24. Si el sistema mostrado en la figura se encuentra en equilibrio, siendo $\theta = 60°$, y la suma de los pesos de los bloques P, Q y R son de 30 N, 40N y 20 N respectivamente, determine la diferencia de las magnitudes de las tensiones de las cuerdas horizontales A y B.



A) 45 B) 52,5 C) 60 D) 67,5 E) Faltan datos

25. La figura muestra una semicircunferencia de diámetro AB, cuya longitud es 2R y centro es O que se mueve en el plano xy de modo que su extremo A siempre se mueve sobre el eje y mientras que su extremo inferior se encuentra apoyado siempre en el eje x.



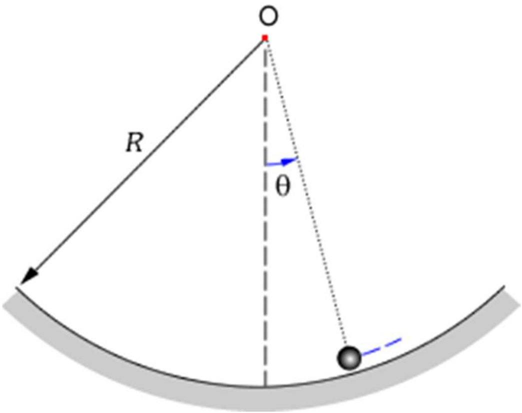
Determine la ecuación $y = y(x)$ de la trayectoria que describe el extremo B durante su movimiento.

A) $8y^2 - 16yR + x^2 = 0$ B) $4y^2 - 8yR + x^2 = 0$ C) $2y^2 - 4yR + x^2 = 0$
D) $y^2 - 2yR + x^2 = 0$ E) $y^2 - 4yR + x^2 = 0$

26. Una partícula se mueve sobre una superficie cilíndrica de radio R con la siguiente ley de movimiento angular:

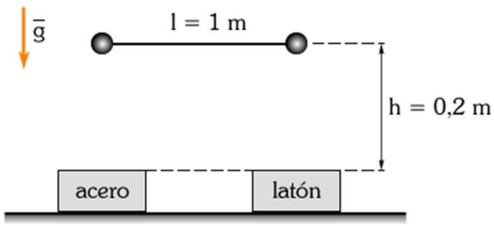
$$\theta = \frac{\pi}{6}\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

Donde θ (rad) y t (s). Determine la relación en que se encuentran los módulos de sus aceleraciones en los instantes $t = 1\,s$ y $t = 2\,s$.



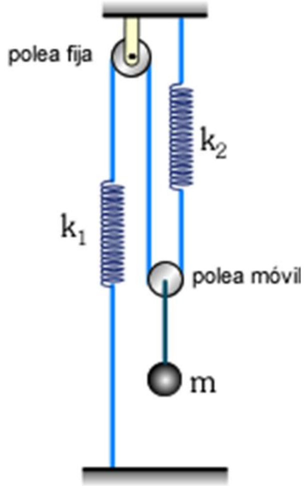
A) $\dfrac{1}{3\pi}$ B) $\dfrac{1}{6\pi}$ C) 3π D) 6π E) $\dfrac{\pi}{6}$

27. Dos bolas de acero del mismo diámetro están conectadas por una barra rígida de masa despreciable como se muestra y se colocan en posición horizontal desde la altura h por encima de las placas pesadas de acero y latón. Si el coeficiente de restitución entre la bola y la placa de acero es de 0,6 y el de la otra bola y la placa de latón es de 0,4. La velocidad angular de la barra inmediatamente después del rebote (suponiendo que los impactos son simultáneos) es.



A) $\dfrac{2}{5} rad/s$ B) $\dfrac{1}{5} rad/s$ C) $\dfrac{3}{5} rad/s$ D) $\dfrac{1}{4} rad/s$ E) Ninguna

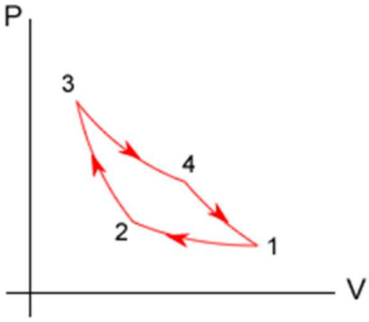
28. Encuentre el periodo de las pequeñas oscilaciones que experimenta la esfera de masa m mostrada en la figura alrededor de su posición de equilibrio. Considere que las poleas y los resortes son ideales.



A) $\pi\sqrt{m(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})}$ B) $2\pi\sqrt{m(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})}$ C) $\pi\sqrt{2m(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})}$

D) $\pi\sqrt{\frac{m}{2}(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})}$ E) $\frac{\pi}{2}\sqrt{m(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})}$

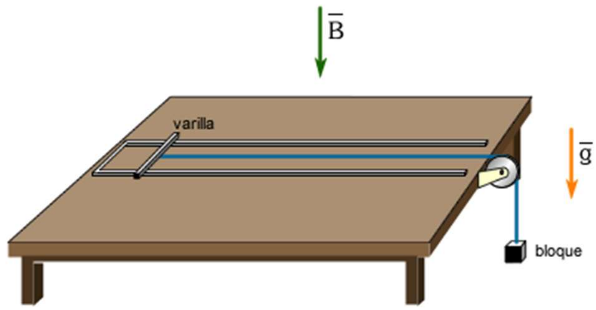
29. En el diagrama P vs V se muestra un ciclo de Carnot que realiza una máquina usando un gas ideal. La energía interna del gas en el estado 1 es de 200 J. Si el trabajo en la comprensión isotérmica y adiabática son de –50 J y –100 J respectivamente, y la cantidad de calor entregado al gas es de 150 J, determine el trabajo que realiza la máquina durante la expansión.



A) 150 J B) 175 J C) 200 J D) 225 J E) 250 J

30. Un par de carriles conductores horizontales y paralelos muy largos, de resistencia eléctrica despreciable, se encuentran conectados entre sus extremos y fijo sobre una mesa de madera. La distancia entre los carriles es l. Una varilla conductora de longitud L ($L > l$) y sección cuadrada, cuya resistencia eléctrica entre sus extremos es R y cuya masa es despreciable, puede deslizarse sobre los rieles sin fricción. La varilla se encuentra conectada a un bloque de masa m mediante una cuerda ideal que pasa por su punto medio y sobre una polea ideal fija al borde de la mesa. Un campo magnético constante de inducción B existe perpendicular a la mesa

apuntando hacia abajo. Si el sistema se libera del reposo, y se desprecia la resistencia del aire, determine la velocidad terminal del bloque.



A) $\dfrac{mgR}{LlB^2}$ B) $\dfrac{mgR}{L^2B^2}$ C) $\dfrac{mgR}{l^2B^2}$

D) $\dfrac{L^2lB^2}{mR}$ E) $\dfrac{l^2LB^2}{mR}$

31. Considere que se preparó una solución acuosa de ácido perclórico 10^{-7} M. Se pide determinar el valor de pH de dicha solución a una temperatura de 25 °C.

A) 7,00 B) 7,02 C) 0,21 D) 6,79 E) 6,70

32. Señale los casos en los que se desarrolla una reacción redox espontánea:

I. Un clavo de cinc sumergido en una solución acuosa de nitrato de plata, 1M.

II. $Cr_2O^{2-}_{7(ac)} + Ag_{(s)} \rightarrow Cr^{3+}_{(ac)} + Ag^{+}_{(ac)}$

III. Un clavo de cobre sumergido en una solución de nitrato de cinc, 1M.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y II E) I, II y III

33. Se hace burbujear 291 mL de amoniaco gaseoso medido a 18 °C y 1 atm de presión, en agua disolviéndose la totalidad del amoniaco. Si la solución formada posee un volumen de 400 mL, determine la concentración molar.

A) 0,030 B) 0,018 C) 0,112 D) 0,492 E) 0,285

34. Luego de desarrollar la distribución electrónica para el elemento calcio, se pide determinar la carga nuclear efectiva experimentada por uno de los electrones de la última capa.

A) 2,85 B) 3,20 C) 6,40 D) 20,00 E) 16,80

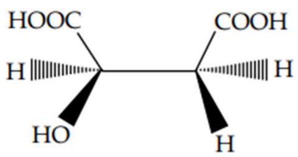
35. Cuando un líquido X se trata con una solución de Na_2CO_3, se produce una mezcla de dos sales Y y Z en la solución. La mezcla sobre acidificación con ácido sulfúrico y destilación produce nuevamente el líquido X. Identifique x.

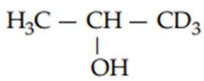
    A) Cl_2 B) Br_2 C) Hg D) I_2 E) N_2

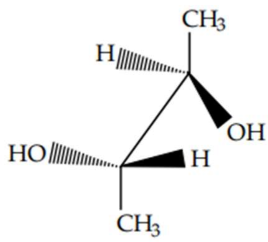
36. Una cantidad de NH_4HS sólido se coloca en un matraz que ya contiene gas amoniaco a una cierta temperatura y una presión de 0,50 atm. El sulfuro de hidrógeno y amonio se descompone para producir gases NH_3 y H_2S en el matraz. Cuando la reacción de descomposición alcanza el equilibrio, la presión total en el matraz aumenta a 0,84 atm. La constante de equilibrio para la descomposición del NH_4HS a esta temperatura es.

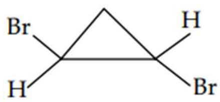
    A) 0,30 B) 0,18 C) 0,17 D) 0,11 E) 0,14

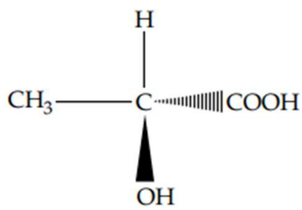
37. ¿Cuál de las siguientes moléculas no mostrará actividad óptica? RPT C

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

38. La formación de polietileno a partir de carburo de calcio tiene lugar de la siguiente manera:

$$CaC_2 + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + C_2H_2$$
$$C_2H_2 + H_2 \rightarrow C_2H_4$$
$$nC_2H_4 \rightarrow (-CH_2 - CH_2 -)_n$$

Entonces, la cantidad de polietileno obtenida a partir de 64 kg de CaC_2 es.

A) 7 kg B) 14 kg C) 21 kg D) 28 kg E) 35 kg

39. La especie que mejor puede servir como iniciador para la polimerización catiónica es.
    A) HNO_3 B) $AlCl_3$ C) NH_3 D) $LiAlH_4$ E) Li_2O

40. ¿Cuáles de las siguientes especies son anti aromáticas?

(I) (II) (III) (IV) (V)

A) I, II B) II C) I, IV D) II, IV E) II y V

Créditos

La elaboración de esta prueba ha sido posible gracias a la colaboración de un grupo de compatriotas que de una manera desinteresada han aportado proporcionándonos problemas, en su mayoría inéditos y de su autoría, para esta justa académica.

Las personas en que hemos confiado en esta oportunidad tienen una amplia trayectoria académica, son personas muy creativas y resaltamos sobre todo su espíritu de apoyar esta clase de eventos que tiene como objetivo de promover el estudio de las ciencias y la competencia entre pares.

Consideramos que eventos de este tipo nos hace más competitivos académicamente y nuestro compromiso es de seguir en esta brega y hacer que año tras año nuestros eventos de competencia online tengan mayor cobertura.

Eternamente agradecido a nuestro equipo creativo.

Oscar Reynaga

Carlos Olivera

Eddy Huamani

Roberto Vizurraga

César Urquizo

Jorge Tipe

Miguel Ochoa

Ruddy Cruz Mendéz

Orlando Ramírez