IDIOMA

Español

FECHA

Diciembre, 4 del 2020

HORA

Inicio de Prueba:	16:00 hora de Lima – Perú
Finalización de Prueba:	19:00 hora de Lima – Perú

PUNTAJE

Respuesta Correcta	Puntaje:	+15
Respuesta Incorrecta	Puntaje:	−3
Respuesta sin contestar	Puntaje:	0

COMENTARIOS

- Todas las preguntas tienen la *misma* ponderación, pero *no* necesariamente tienen el mismo grado de dificultad;
- Puede hacer uso de los recursos de la web, pero *no* está permitido compartir información con otros participantes;
- Las letras latinas o griegas en **negrita** representan cantidades vectoriales ($\mathbf{a}$, $\mathbf{X}$, $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$, ...) y las letras latinas o griegas en *cursiva* (m, e, L, M_{ij}, α, μ_{ij}, T_{abcd}, ...), denotan cantidades escalares y tensoriales.

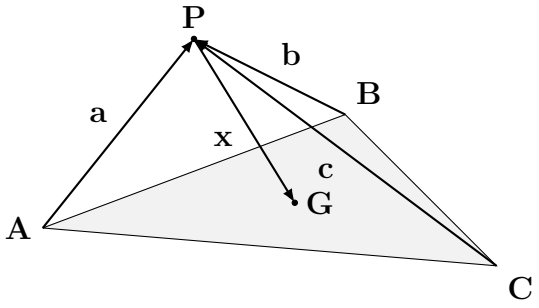
Pregunta 1. El vector **A** de *Laplace-Runge-Lenz* es una cantidad siempre detectable en fenómenos donde existe una fuerza central y es constante en el tiempo. En el átomo de hidrógeno (H), los componentes genéricos de esta cantidad son

$$A_k = -mK\frac{r_k}{r} + \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}\left(p_i\ell_j + \ell_j p_i\right),$$

donde r_k ($r = |\mathbf{r}|$), p_i y ℓ_j son operadores de posición, momento lineal y angular del electrón, respectivamente, en su movimiento alrededor del protón. Si se sabe que el tensor de *Levi-Civita* ϵ_{ijk} no tiene dimensión, determine las dimensiones de las cantidades **A** y K en ese orden.

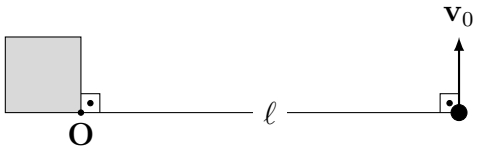
A ( ) $M^2L^2T^{-3}$; ML^2T^{-3}
B ( ) $M^{-2}L^3T^2$; M^2L^3T
C ( ) $M^{-1}LT$; M^2L^2T
D ( ) $M^2L^3T^{-2}$; ML^3T^{-2}
E ( ) $M^2L^3T^{-2}$; M^3L^2T

Pregunta 2. Se tiene un triángulo **ABC**, en donde **G** es su baricentro, tomamos un punto **P** fuera del plano definido por dicho triángulo y se trazan tres vectores **a**, **b** y **c** que van de sus vértices al punto **P**. Determine el vector **x** en términos de **a**, **b** y **c**.



A ( ) $\mathbf{x} = -(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})/3$
B ( ) $\mathbf{x} = (\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})/3$
C ( ) $\mathbf{x} = -(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})/4$
D ( ) $\mathbf{x} = (\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})/4$
E ( ) $\mathbf{x} = -(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})/5$

Pregunta 3. Una bola metálica se une a un extremo de un hilo inextensible sin masa y de longitud ℓ. La otra se une a un punto O en uno de los bordes de un cubo fijo a una mesa horizontal plana, sin fricción.

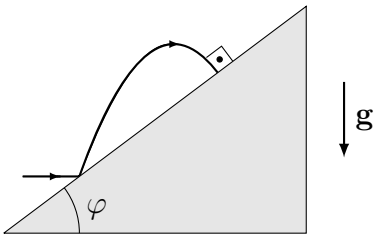


En un momento dado, esa bola es impulsada ortogonalmente a la dirección del hilo con rapidez $\mathbf{v}_0$. Si a es la arista del cubo, ¿cuánto tiempo transcurre hasta que la bola choca con el cubo?

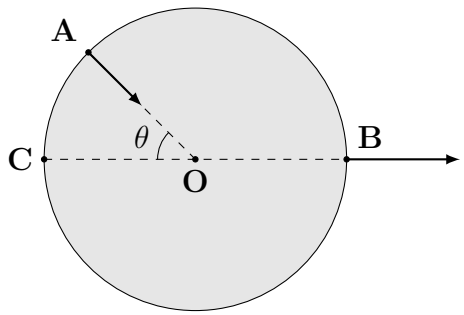
A ( ) $\dfrac{\pi\ell}{v_0}\left(\dfrac{\ell}{a}+1\right)$
B ( ) $\dfrac{\pi\ell}{2v_0}\left(\dfrac{\ell}{a}+1\right)$
C ( ) $\dfrac{\pi\ell}{4v_0}\left(\dfrac{\ell}{a}+1\right)$
D ( ) $\dfrac{\pi\ell}{2v_0}\left(\dfrac{\ell}{a}-1\right)$
E ( ) $\dfrac{\pi\ell}{4v_0}\left(\dfrac{\ell}{a}-1\right)$

Pregunta 4. Una esferilla es lanzada en dirección horizontal sobre el plano inclinado mostrado en la figura. Si esta choca elásticamente sobre dicho plano, para después impactar en forma perpendicular a él, determine el ángulo de inclinación φ. Desprecie toda clase de rozamiento.

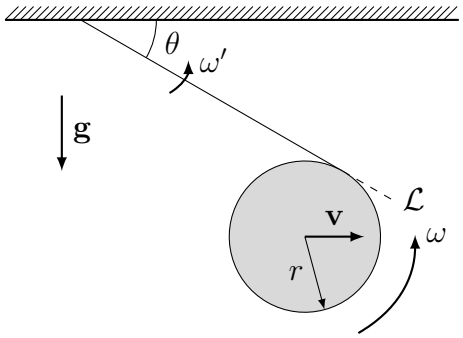
A ( ) $\pi/4$
B ( ) $\pi/3$
C ( ) $\operatorname{arctg}(1/2)$
D ( ) $\operatorname{arctg}\left(\sqrt{2}/2\right)$
E ( ) $\operatorname{arctg}\left(\sqrt{3}/3\right)$



Pregunta 5. Un disco circular delgado, cuyo centro es **O**, se mueve sobre un plano horizontal y en el instante mostrado las velocidades de los puntos periféricos **A** y **B** tienen las direcciones que se indican en la figura. Si en este instante el ángulo **AOC** es θ y la relación entre las rapideces de los puntos periféricos **C** y **A** tiene la siguiente forma $\sqrt{2^n \operatorname{tg}^n(\theta/2) + 2^{2-n}}$, determine el valor de n.



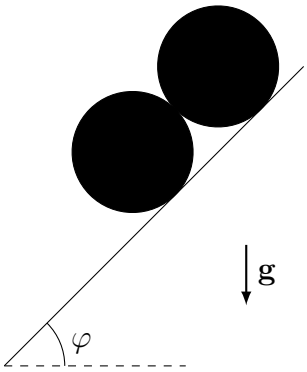
Pregunta 6. Un cilindro de radio r tiene enrollado a su alrededor una cuerda inextensible como se muestra en la figura. Si en el instante mostrado este cilindro posee una rapidez angular $\boldsymbol{\omega}$ y su centro posee una velocidad horizontal $\mathbf{v}$, y el tramo recto de dicha cuerda tiene una longitud L, determine la rapidez angular ($\boldsymbol{\omega}'$) con que rota la recta $\mathcal{L}$ que define la dirección de dicho tramo en ese instante.



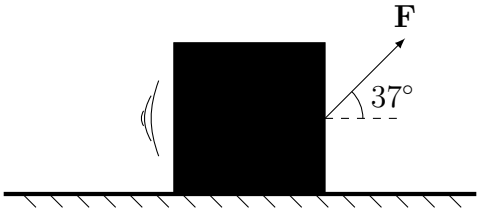
A ( ) $(v + \omega r)/L$
B ( ) $(v - \omega r)/L$
C ( ) $\sqrt{v^2 + \omega^2 r^2}/L$
D ( ) $\sqrt{v^2 - \omega^2 r^2}/L$
E ( ) $\sqrt{v^2 + \omega^2 r^2}\cos\theta/L$

Pregunta 7. Considere dos cilindros uniformes y homogéneos idénticos que se van a colocar sobre un plano inclinado de modo tal que sus ejes se encuentran dispuestos horizontalmente. Cuando se coloca un solo cilindro y se libera, este comenzará a rodar inmediatamente. Pero cuando se colocan los dos, en contacto uno con el otro, la tendencia del cilindro inferior a rodar se opone a una fuerza de fricción que surge del contacto con el cilindro superior. Calcule el ángulo crítico φ que forma dicho plano respecto de la horizontal para los dos cilindros juntos se encuentren a punto de resbalar. El coeficiente de rozamiento entre todas las superficies en contacto es μ.

A ( ) $\operatorname{tg}^{-1}\left(\dfrac{\mu}{1-\mu}\right)$
B ( ) $\operatorname{tg}^{-1}\left(\dfrac{2\mu}{1-\mu}\right)$
C ( ) $\operatorname{tg}^{-1}\left(\dfrac{\mu}{1-\mu^2}\right)$
D ( ) $\operatorname{tg}^{-1}\left(\dfrac{2\mu}{1-\mu^2}\right)$
E ( ) $\operatorname{tg}^{-1}\left(\dfrac{\mu/2}{1-\mu^2}\right)$



Pregunta 8. Un bloque de 5 kg de masa se mueve horizontalmente jalado por una fuerza $\mathbf{F}$ de magnitud 50 N. Si el aire le ejerce una resistencia horizontal de 10 N y el piso una reacción $\mathbf{R}$, determine el módulo de la aceleración que experimenta el bloque, si se sabe que $\mathbf{R}\cdot\mathbf{F} = 0$ y $|\mathbf{R}\times\mathbf{F}| = 1\,250\ \mathrm{N}^2$.



A ( ) 2 m/s^2 **B** ( ) 3 m/s^2 **C** ( ) 4 m/s^2 **D** ( ) 5 m/s^2 **E** ( ) 6 m/s^2

Pregunta 9. Se lanza un cohete desde la superficie de la Tierra desde un punto **A** con velocidad $\mathbf{v}_0$ y retorna a la Tierra en otro punto **B** con una velocidad $-\mathbf{v}_0$, con **AO** y **BO** formando un ángulo de 60° o entre sí. Considere **O** como el centro de la Tierra, supuestamente esférico, macizo y homogéneo. $\mathbf{v}_{\text{esc}}$ es la velocidad de escape del mismo cohete del campo gravitacional de la Tierra

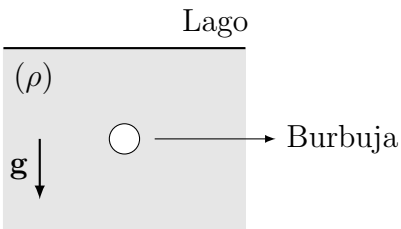
A ( ) $v_0 = v_{\text{esc}}/\sqrt{2}$.
B ( ) $v_0 = v_{\text{esc}}/2$.
C ( ) $v_0 = v_{\text{esc}}\sqrt{3}$.
D ( ) $v_0 = v_{\text{esc}}/\sqrt{3}$.
E ( ) $v_0 = v_{\text{esc}}/(2-\sqrt{3})$.

Pregunta 10. Sobre una mesa plana hay N monedas idénticas esparcidas, de masas iguales m, todas homogéneas y masivas. El grosor de cada uno vale e. ¿Cuánto trabajo es necesario para apilarlos todos? La gravedad local tiene un módulo g.

A ( ) $N^2mge/2$
B ( ) N^3mge
C ( ) $(N-1)mge/2$
D ( ) $Nmge/2$
E ( ) $Nmge$

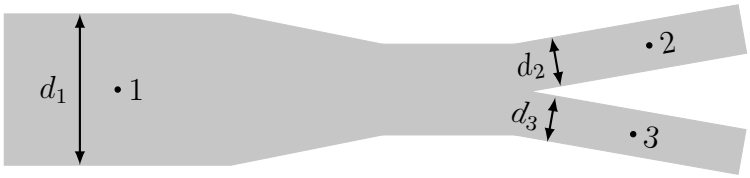
Pregunta 11. Una burbuja pequeña de aire se encuentra en reposo sumergido a cierta profundidad en un lago tranquilo cuyo fluido tiene una densidad ρ. El volumen de la burbuja es V_0 y la presión del aire contenido en su interior es P_0. Si por alguna razón esta burbuja sale de esta posición de equilibrio, determine su aceleración cuando esta se ha desplazado una pequeña distancia h. Asuma que que la temperatura de la burbuja es constante e ignore los efectos de la viscosidad y la tensión superficial. Considere **g** a la aceleración de la gravedad y si necesario, utilice la siguiente aproximación binomial: $(1+x)^n \cong 1+nx$ si $x \ll 1$.

A ( ) $\dfrac{\rho g^2 h}{P_0}$
B ( ) $\dfrac{P_0 h^2}{\rho V_0}$
C ( ) $\dfrac{P_0}{\rho g}$
D ( ) $\dfrac{P_0^2}{\rho^2 g h^2}$
E ( ) $\sqrt{\dfrac{P_0 g}{\rho h}}$

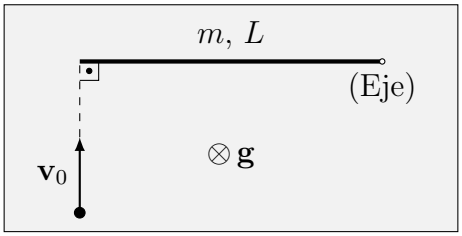


Pregunta 12. Un fluido circula en régimen de Bernoulli por una tubería que primeramente se estrecha y luego se separa en las ramas que se indican en la figura. Si los diámetros correspondientes a éstas son: $d_1 = 20$ cm, $d_2 = 10$ cm y $d_3 = 5$ cm y las velocidades del fluido en los puntos 1 y 3 son 1 m/s y 3 m/s respectivamente. Calcule la velocidad del fluido en el punto 2 (en m/s).

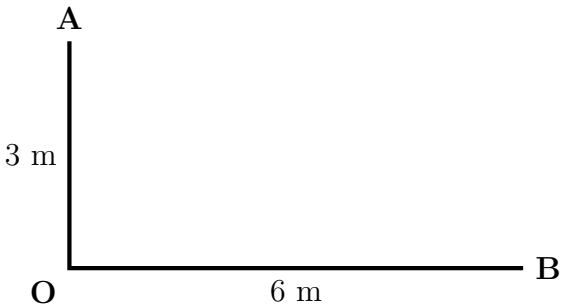
A ( ) $0,25$
B ( ) $1,25$
C ( ) $2,25$
D ( ) $3,25$
E ( ) $4,25$



Pregunta 13. Una varilla uniforme y homogénea de masa m, que puede rotar alrededor de un eje vertical que pasa por su extremo, yace sobre una mesa horizontal de vidrio que puede considerarse completamente lisa. Una bala, de la misma masa que la varilla y dimensiones despreciables, se dispara con una rapidez $\mathbf{v}_0$ de modo tal que golpea en la varilla en su extremo en forma perpendicular a este y se aloja en ella. Asumiendo que no existe rozamiento entre el eje de rotación y la mesa, se determina que el porcentaje de energía cinética perdida producto del impacto tiene la forma: $(n/8)\cdot 100\%$. Determine el valor del número entero n. La gravedad local es $\mathbf{g}$.



Pregunta 14. Se tiene una barra delgada **AOB** de 3 kg de masa, doblada en forma de ángulo recto y cuyas dimensiones se muestran en la figura. Determine a qué distancia de **O** se encuentra su centro de masas.

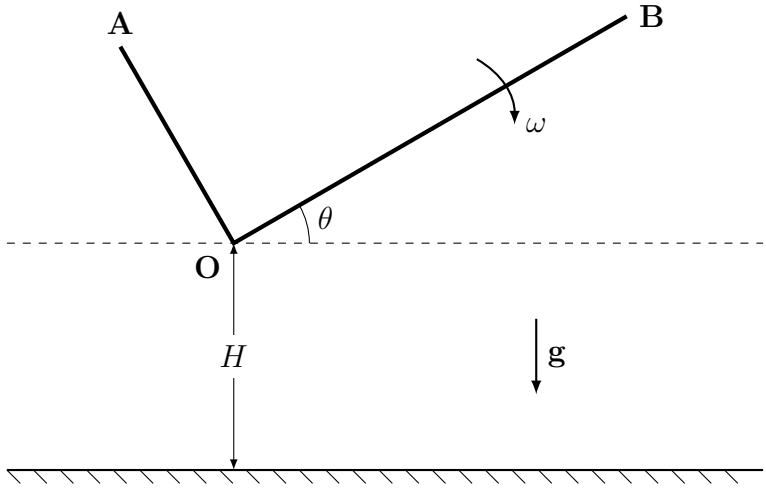


A ( ) $2,06$ m
B ( ) $2,08$ m
C ( ) $2,10$ m
D ( ) $2,12$ m
E ( ) $2,14$ m

Pregunta 15. Con los datos del problema anterior, determine el momento de inercia de la barra (en kg $\cdot$ m^2) respecto de un eje perpendicular al plano de la figura que pasa por su centro de masas. El momento de inercia de una barra homogénea de masa m y longitud L, respecto de un eje perpendicular a esta que pasa por su centro de masas, es $\frac{1}{12}mL^2$.

A ( ) $14,00$
B ( ) $14,25$
C ( ) $14,50$
D ( ) $14,75$
E ( ) $15,00$

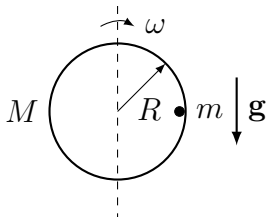
Pregunta 16. Si la barra mencionada en el problema 14 se deja en libertad de movimiento de la posición mostrada y al mismo tiempo se le proporciona una rapidez angular $\omega = 1$ rad/s, determine aproximadamente su energía mecánica 1 segundo después de haber sido soltada. Desprecie toda clase de rozamiento ($H = 10$ m; $\theta = 37°$ y $g = 10$ m/s^2).



A ( ) 355 J **B** ( ) 365 J **C** ( ) 375 J **D** ( ) 385 J **E** ( ) 395 J

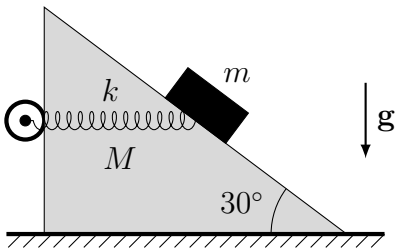
Pregunta 17. Un anillo delgado, que posee una ranura delgada en su cara interna, gira en todo momento con una velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega}$ alrededor de un eje vertical fijo. En un determinado instante, se libera una cuenta (partícula de masa m) que se encuentra en la ranura al mismo nivel horizontal que el centro del anillo. Determine la magnitud de la componente radial de la fuerza que genera el anillo sobre la cuenta cuando esta alcanza el punto más bajo de su trayectoria. La aceleración de la gravedad es **g**.

A ( ) $3mg - m\omega^2 R$
B ( ) $3mg + m\omega^2 R$
C ( ) $2m\omega\sqrt{2gR - \omega^2 R^2}$
D ( ) $2m\omega\sqrt{2gR + \omega^2 R^2}$
E ( ) $m\sqrt{9g^2 + 2g\omega^2 R - 3\omega^2 R^4}$



Pregunta 18. La figura muestra un sistema formado por una cuña de masa M, un bloque de masa m, un resorte de constante k y un rodillo de masa despreciable. El sistema se libera a partir del reposo de la posición mostrada, encontrándose el resorte no deformado. Si todas las superficies en contacto son lisas, determine la energía que almacena el resorte cuando el sistema alcanza nuevamente el estado de reposo, asumiendo que cuando esto sucede el bloque aún no alcanza la parte inferior de la cuña.

A ( ) $\dfrac{1}{3}\dfrac{m^2g^2}{k}$
B ( ) $\dfrac{2}{3}\dfrac{m^2g^2}{k}$
C ( ) $\dfrac{4}{3}\dfrac{m^2g^2}{k}$
D ( ) $\dfrac{1}{3}\dfrac{(M+m)^2g^2}{k}$
E ( ) $\dfrac{2}{3}\dfrac{(M+m)^2g^2}{k}$



Pregunta 19. En el problema anterior, asumiendo que la distancia que se desplaza la cuña hasta el instante que el sistema se detiene tiene la siguiente forma

$$\sqrt{\varphi}\frac{m^2 g}{k(m+M)},$$

determine el valor de la constante numérica φ.

A ( ) 1/9

B ( ) 2/9
C ( ) 1/3
D ( ) 4/9
E ( ) 3

Pregunta 20. Dos discos delgados, de momento de inercia $I_1 = 0,30\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$ y $I_2 = 0,20\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, rotan con velocidades angulares $\boldsymbol{\omega}_1$ y $\boldsymbol{\omega}_2$ ($\omega_1 = 20$ rad/s y $\omega_2 = 5$ rad/s). Si estos interactúan coaxialmente, determine la energía cinética total de este sistema (en J) cuando ambos adquieren la misma velocidad angular ($\boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{\omega}_2 = 0$ y $\boldsymbol{\omega}_1 \cdot \boldsymbol{\omega}_2 > 0$).

A ( ) 20/3
B ( ) 40/3
C ( ) 8
D ( ) 16
E ( ) 24

Pregunta 21. En un tubo muy delgado, de forma circular, se encuentran cuatro masas de gas iguales e ideales, en equilibrio térmico, separadas por diafragmas no porosos, con masas molares M_1, M_2, M_3 y M_4. Si θ_2 y θ_4 son ángulos subtendidos por las particiones 2 y 4, ¿cuál es la medida de $\theta_2 + \theta_4$?

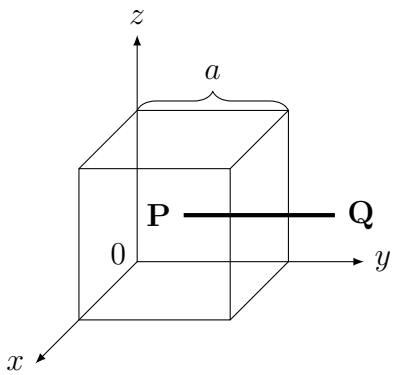
A ( ) $2\pi(M_2 + M_4)M_2M_4/(M_1M_2M_3 + M_1M_2M_4 + M_1M_3M_4 + M_2M_3M_4)$
B ( ) $2\pi(M_2 + M_4)M_1M_3/(M_1M_2M_3 + M_1M_2M_4 + M_1M_3M_4 + M_2M_3M_4)$
C ( ) $2\pi(M_1 + M_3)M_2M_4/(M_1M_2M_3 + M_1M_2M_4 + M_1M_3M_4 + M_2M_3M_4)$
D ( ) $2\pi(M_1 + M_2)M_1M_2/(M_1M_2M_3 + M_1M_2M_4 + M_1M_3M_4 + M_2M_3M_4)$
E ( ) $2\pi(M_1 + M_2)M_3M_4/(M_1M_2M_3 + M_1M_2M_4 + M_1M_3M_4 + M_2M_3M_4)$

Pregunta 22. La eficiencia de un ciclo termodinámico es del 50% y este consta de cuatro procesos secuenciales. Si el calor $Q_1 = 1\,000$ J, $Q_2 = -400$ J y $Q_3 = 800$ J, determine Q_4.

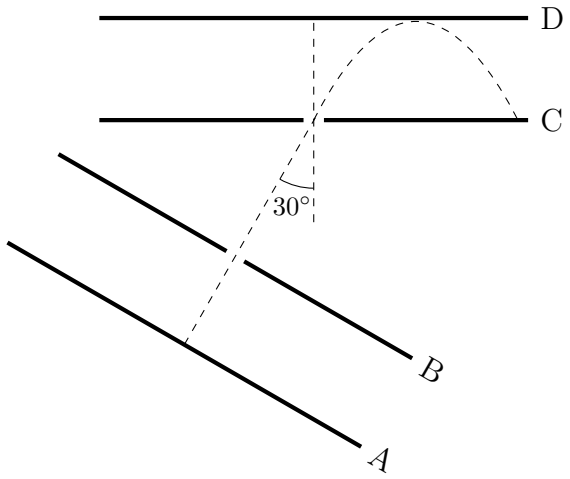
A ( ) 500 J
B ( ) −500 J
C ( ) 1 400 J
D ( ) −1 400 J
E ( ) N. A.

Pregunta 23. La figura muestra una región cubica de lado a. Se tienen tres partículas electrizadas con cargas $q_1 = q$, $q_2 = 2q$ y $q_3 = 3q$, ubicados en los puntos $(-a/3, a/2, a/2)$, $(a/2, a/3, a/4)$ y $(a/3, -a/4, a/2)$ respectivamente, y una varilla no conductora **PQ** que posee una densidad lineal de carga uniforme igual a λ, cuyos extremos se encuentran ubicados en los puntos $(a/2, a/2, a/2)$ y $(a/2, 3a/2, a/2)$ respectivamente. Determine el flujo eléctrico neto a través de dicho cubo. La permitividad eléctrica del medio es ε_0.

A ( ) $\dfrac{q + a\lambda}{\varepsilon_0}$
B ( ) $\dfrac{2q + a\lambda}{\varepsilon_0}$
C ( ) $\dfrac{q + 2a\lambda}{\varepsilon_0}$
D ( ) $\dfrac{4q + a\lambda}{2\varepsilon_0}$
E ( ) $\dfrac{q + 2a\lambda}{2\varepsilon_0}$



Pregunta 24. La figura muestra dos condensadores de placas paralelas en el vacío, el primero con las armaduras A y B, y el segundo con C y D. Un electrón, que descansa en la placa A, se acelera por la diferencia de potencial $V_B - V_A = 20$ voltios, cruza la región entre B y C sin campo eléctrico, penetra el segundo condensador y roza la placa D. Sabiendo que las placas B y C forman un ángulo de 30° entre sí, determine la diferencia de potencial $U = V_C - V_D$.



A ( ) 10 V
B ( ) 15 V
C ( ) 20 V
D ( ) 25 V
E ( ) 30 V

Pregunta 25. Una partícula electrizada de masa m y carga q se mueve uniformemente en el eje-x con una velocidad constante $\mathbf{v}$ en el interior de una región en donde existe un campo eléctrico $\mathbf{E}$ y otro magnético $\mathbf{B}$, ambos estacionarios y mutuamente perpendiculares. Si cuando dicha partícula pasa por el punto $\mathbf{P}(x_0, 0)$ el campo eléctrico "se apaga" de manera instantánea, determine el tiempo mínimo que le tomará, a partir de ese instante, en pasar por el punto $\mathbf{Q}(x, y)$. Desprecie los efectos gravitatorios.

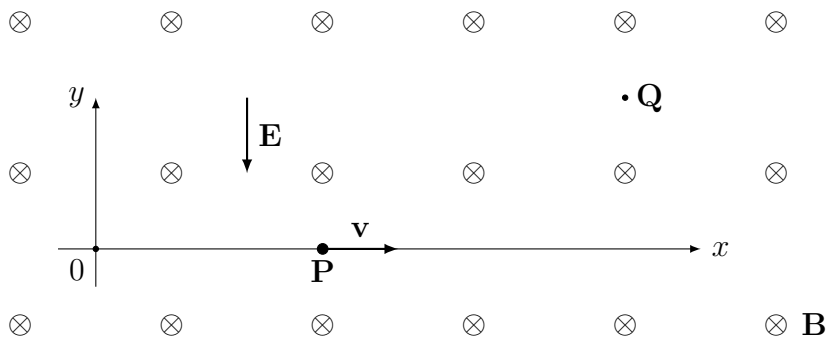
A ( ) $\dfrac{m}{qB}\,\text{sen}^{-1}\left[\dfrac{(x-x_0)y}{(x-x_0)^2+y^2}\right]$

B ( ) $\dfrac{m}{qB}\,\text{sen}^{-1}\left[\dfrac{2(x-x_0)y}{(x-x_0)^2+y^2}\right]$

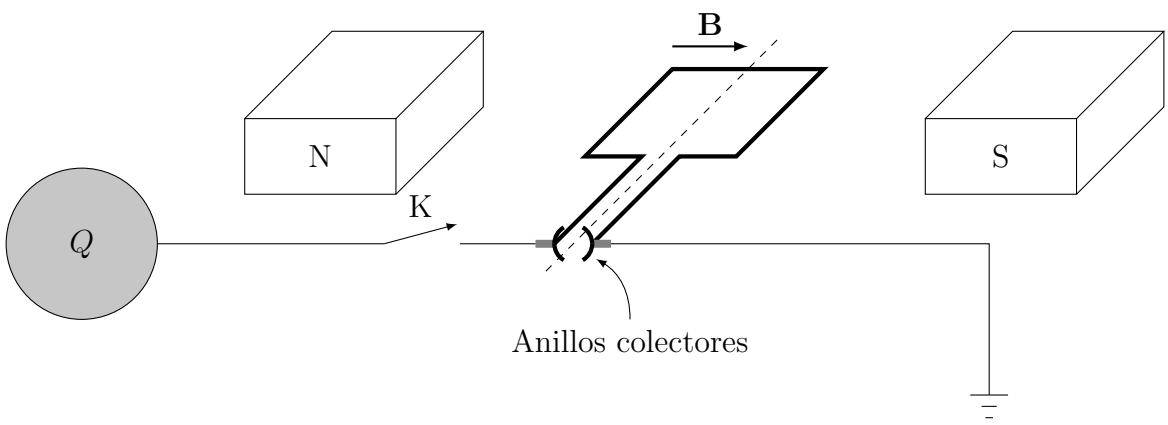
C ( ) $\dfrac{2m}{qB}\,\text{sen}^{-1}\left[\dfrac{(x-x_0)y}{(x-x_0)^2+y^2}\right]$

D ( ) $\dfrac{2m}{qB}\,\text{sen}^{-1}\left[\dfrac{2(x-x_0)y}{(x-x_0)^2+y^2}\right]$

E ( ) $\dfrac{m}{2qB}\,\text{sen}^{-1}\left[\dfrac{(x-x_0)y}{(x-x_0)^2+y^2}\right]$



Pregunta 26. Una espira conductora rectangular de lados a y b, que posee una resistencia eléctrica despreciable, se encuentra en reposo en el interior de un campo magnético uniforme de inducción $\mathbf{B}$ que tiene dirección horizontal. Como se muestra en la figura, esta espira, que se encuentra dispuesta en un plano horizontal, tiene sus extremos conectados a dos anillos colectores como se muestra en la figura. Cerca de ella existe una esfera conductora electrizada que posee una carga eléctrica almacenada Q. Cuando el interruptor K se cierra, la esfera se descarga a Tierra, a través de la espira, en un pequeño intervalo de tiempo. La magnitud del momento angular que adquiere la espira, producto de la descarga, es (suponga que el tiempo de descarga es tan corto que la espira apenas ha girado)



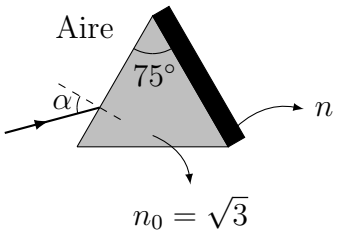
A ( ) $QBab$. **B** ( ) $2QBab$. **C** ( ) $QBab/2$. **D** ( ) $\pi QBab$. **E** ( ) $\pi QBab/2$.

Pregunta 27. **E** y **B** en una onda electromagnética oscilan a lo largo de la dirección que tiene los vectores unitarios $\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ y $\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}}$ respectivamente. Determine el vector unitario a lo largo de la dirección de propagación.

A ( ) $\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$
B ( ) $\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$
C ( ) $\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$
D ( ) $-\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$
E ( ) $-\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$

Pregunta 28. Un haz de luz incide sobre una de las caras de un prisma de índice de refracción $\sqrt{3}$. La cara opuesta del prisma se encuentra cubierta por una película delgada de material de índice de refracción n como se muestra en la figura. La luz sufre una reflexión interna total en la cara del prisma recubierta para un ángulo de incidencia $\theta \leq 60°$. El haz tiene solamente una frecuencia oscilatoria. El valor de n^2 es

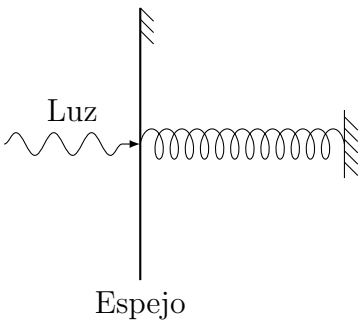
A ( ) $1,21$.
B ( ) $1,41$.
C ( ) $1,50$.
D ( ) $1,73$.
E ( ) $2,00$.



Pregunta 29. Cuando se utiliza una luz de longitud de onda λ, el potencial de frenado es V_0. Si la longitud de onda utilizada es 3λ, el nuevo potencial de frenado es $0,25V_0$. Si la longitud de onda del umbral es $n\lambda$, entonces el valor de n es

A ( ) 2. **B** ( ) 3. **C** ( ) 4. **D** ( ) 8. **E** ( ) 9.

Pregunta 30. Un espejo plano perfectamente reflectante de masa m se encuentra conectado a un resorte ideal que constituye un sistema masa-resorte de frecuencia angular ω. Si N fotones de longitud de onda λ inciden en forma normal al espejo, simultáneamente, este comienza a oscilar con una amplitud A. Si determine el valor de $N = n\varphi$ $(n > 0)$ en función del parámetro $\varphi = m\omega A\lambda/h$, siendo h la constante de Planck, cual es el valor de n?



A ( ) 1
B ( ) 2
C ( ) 1/2
D ( ) 1/4
E ( ) $1/\pi$

CRÉDITOS

Un agradecimiento a todos los que han colaborado aportando problemas para este evento, en su mayoría inéditos:

Orlando Ramírez Urbano (Perú)
Thiago Felício de Souza (Brasil)