IDIOMA

Español

FECHA

Diciembre, 10 del 2021

HORA

Inicio de prueba:	16:00 hora de Lima, Perú
Finalización de prueba:	19:00 hora de Lima, Perú

COMENTARIOS

- Todas las preguntas tienen la *misma* ponderación, pero *no* necesariamente el mismo grado de dificultad.
- Puede hacer uso de los recursos de la web, pero *no* está permitido compartir información con otros participantes.
- Las letras latinas o griegas en **negrita** representan cantidades vectoriales ($\mathbf{a}$, $\mathbf{X}$, $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$, ...) y las letras latinas o griegas en *cursiva* (m, e, L, M_{ij}, α, μ_{ij}, T_{abcd}, ...), denotan cantidades escalares y tensoriales.

PREGUNTAS

01

Una varilla uniforme que se encuentra en un plano inclinado de pendiente α, puede girar alrededor de un punto a distancias a y b de sus extremos. Si μ es el coeficiente de fricción, calcule la inclinación máxima de la varilla respecto de la recta de máxima pendiente.

A) $\operatorname{arc\,sen}\left[\mu \tan\alpha\left(\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\right]$

B) $\arccos\left[\mu \tan\alpha\left(\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\right]$

C) $\arctan\left[\mu \tan\alpha\left(\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\right]$

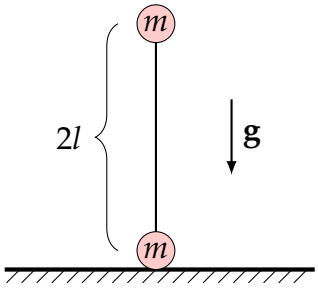
D) $\operatorname{arc\,sen}\left[\mu \cot\alpha\left(\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\right]$

E) $\arccos\left[\mu \cot\alpha\left(\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\right]$

BORRADOR

02

Dos pequeñas bolas de acero (bolas rodantes) de masa m están conectadas por una barra delgada y rígida de masa mucho menor que m. El sistema se deja en la posición vertical que se muestra en la figura, con la bola inferior en contacto con una superficie horizontal de vidrio. La bola puede deslizarse sobre esta superficie con una fricción insignificante. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de la bola inferior en el instante genérico cuando la varilla forma el ángulo $\theta < \pi/2$ con la vertical?



(A) $\sqrt{2gl(1-\cos\theta)\cos^2\theta/(1+\operatorname{sen}^2\theta)}$

(B) $\sqrt{gl(1-\cos\theta)\cos^2\theta/(1+\operatorname{sen}^2\theta)}$

(C) $\sqrt{2gl(1+\cos\theta)\cos^2\theta/(1+\operatorname{sen}^2\theta)}$

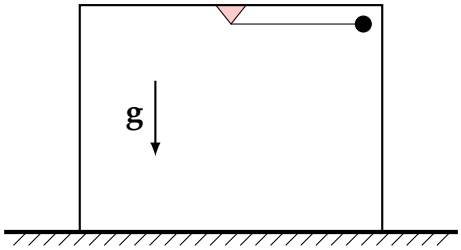
(D) $\sqrt{gl(1+\cos\theta)\cos^2\theta/(1+\operatorname{sen}^2\theta)}$

(E) $\sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$

BORRADOR

03

El sistema representado en la figura está en reposo. El coeficiente de fricción entre la caja (masa M) y el plano horizontal es μ. Soltando el péndulo (masa m) en la posición indicada, ¿cuál debería ser el valor mínimo de μ para que la caja no se deslice?



A $2m/\sqrt{M(3m+M)}$

B $m/\sqrt{M(3m+M)}$

C $m/\sqrt{2M(3m+M)}$

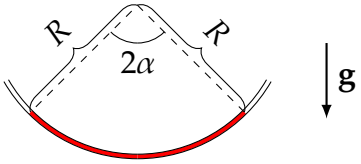
D $3m/\sqrt{M(3m+M)}$

E $3m/\sqrt{4M(3m+M)}$

BORRADOR

04

Un líquido se encuentra contenido dentro de un tubo circular delgado, que se encuentra en un plano vertical, que rota alrededor de su diametro vertical con una velocidad angular ω. Si el líquido subtiende un ángulo 2α en el centro, ¿qué valores de velocidad angular ω dicho líquido podrá dividirse en dos partes iguales?



A $\omega < \sqrt{g/R}\sec(\alpha/2)$

B $\omega < \sqrt{2g/R}\sec(\alpha/2)$

C $\omega < \sqrt{3g/R}\sec(\alpha/2)$

D $\omega < \sqrt{g/R}\tan(\alpha/2)$

E $\omega > \sqrt{g/R}\tan(3\alpha/2)$

BORRADOR

05

Existe una secuencia infinita de hemisferios concéntricos aislados, cuyos radios están relacionados por la relación $R_i = 2R_{i-1}$. El radio del hemisferio más pequeño es R_1. Cada hemisferio se cargará con un carga Q, y a una distancia r del centro de los hemisferios, se colocará una carga q. Encuentre el potencial en este centro si el potencial en el infinito es cero.

A $\frac{q}{r} + \frac{Q}{2R_1}$

B $\frac{q}{2r} + \frac{Q}{R_1}$

C $\frac{2q}{r} + \frac{Q}{R_1}$

D $\frac{q}{r} + \frac{Q}{R_1}$

E $\frac{q}{r} + \frac{2Q}{R_1}$

BORRADOR

06

¿Qué borde del cubo de alambre debe quitarse para que la resistencia entre los puntos A y B (ver figura) cambie de manera más significativa? Las resistencias de todas las aristas del cubo son las mismas.

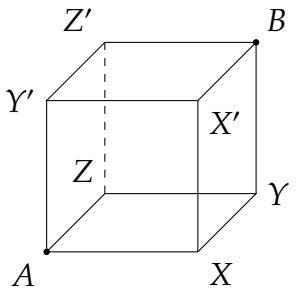
(A) $\overline{AX}$

(B) $\overline{XY}$ y $\overline{BY}$

(C) $\overline{XX'}$ y $\overline{BY}$

(D) $\overline{Y'Z'}$ y $\overline{BY}$

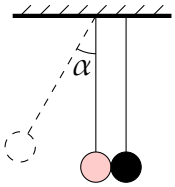
(E) $\overline{XX'}$ y $\overline{XY}$



BORRADOR

07

Dos esferas están suspendidas una al lado de la otra con cuerdas de igual longitud (ver figura). La bola izquierda se desvió en un ángulo α y se soltó. Después de que las bolas chocan, la izquierda se detiene y la derecha se desvía en un ángulo β. ¿En qué ángulo se desviará la bola izquierda después de la segunda colisión? Suponga que la misma fracción de la energía de deformación potencial de las bolas se transforma en calor con cada colisión.



A $\alpha/2$

B α

C $\beta/2$

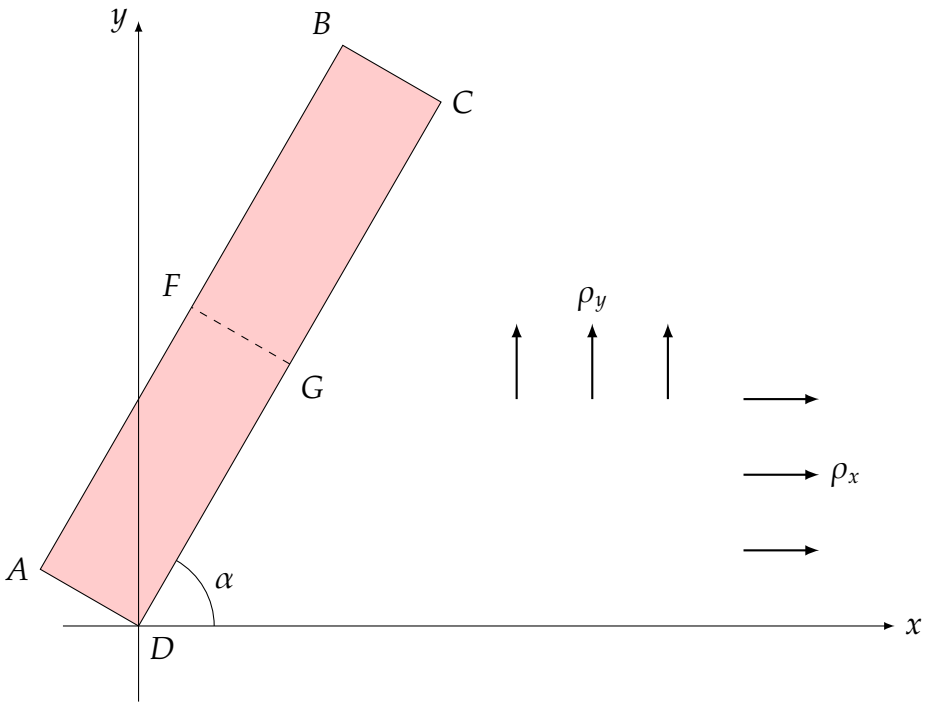
D β

E $|\alpha - \beta|/2$

BORRADOR

08

Los monocristales de galio, como muchos otros conductores, tienen anisotropía de resistencia: la resistividad del galio a lo largo del eje principal de simetría del monocristal (eje x) es máxima y igual a ρ_x, y a lo largo de cualquier otro eje perpendicular al eje de simetría es mínimo e igual a ρ_y, ambos constantes. Se corta una placa rectangular delgada de este cristal de galio ($AB = 3$ cm y $AD = 3$ mm) de modo que su lado DC forma un ángulo $\alpha = 60°$ con el eje x (ver figura). Si se genera una diferencia de potencial constante $V_1 = 100$ mV entre las caras AD y BC de la placa, entonces fluirá una corriente a través esta, y en su centro, entre los puntos F y G de la sección transversal, se verifica que hay una diferencia de potencial $V_2 = 6,14$ mV. Determine la razón ρ_x/ρ_y.

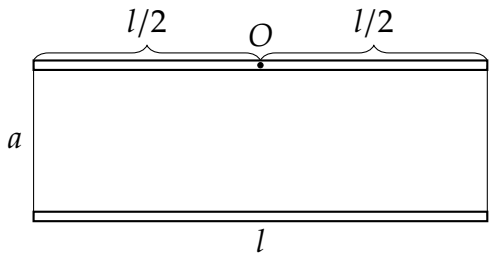


(A) 2,15 (B) 2,50 (C) 2,85 (D) 3,20 (E) 5,70

BORRADOR

09

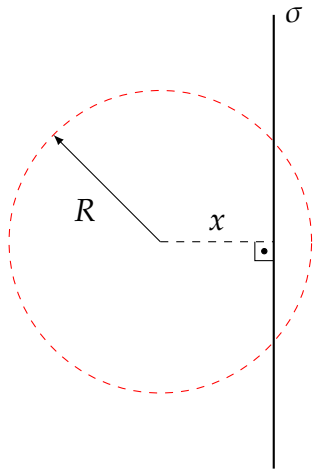
Dos barras idénticas, uniformes y homogéneas, de masa m y longitud l, están en equilibrio como se muestra. El sistema se articula libremente en O (punto medio de la varilla superior) y las varillas están dispuestas horizontalmente. El eje inferior está suspendido por dos cuerdas inelásticas livianas idénticas, cada una con una longitud de a. Si se corta una de las cuerdas, determine la tensión de la otra en ese instante.



BORRADOR

10

Una lámina infinita, uniformemente cargada con densidad de carga superficial σ atraviesa una superficie gaussiana esférica de radio R a una distancia x de su centro geométrico, como se muestra en la figura. El flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana es (ε_0 es la permitividad eléctrica en el vacío)



A $\pi R^2\sigma/\varepsilon_0$.

B $4\pi R^2\sigma/\varepsilon_0$.

C $\pi(R-x)^2\sigma/\varepsilon_0$.

D $\pi(R^2-x^2)\sigma/\varepsilon_0$.

E Cero.

BORRADOR

11

Una cuerda está firmemente sujeta en ambos extremos a dos paredes verticales. Cuando se aplica una frecuencia de 60 Hz, la cuerda vibra en un patrón de onda estacionaria como se muestra en la figura. Si la tensión en la cuerda y su masa por unidad de longitud no cambian, ¿cuál de las siguientes frecuencias NO podría producir un patrón de onda estacionaria en la cuerda?

A 30 Hz

B 40 Hz

C 80 Hz

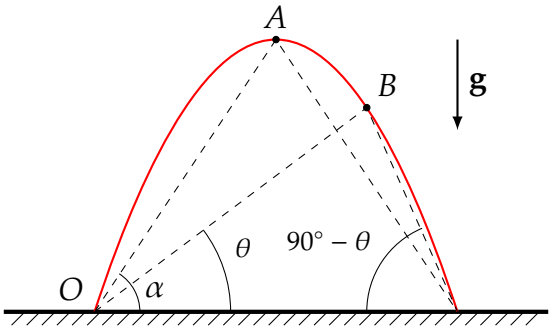
D 100 Hz

E 180 Hz

BORRADOR

12

Un proyectil que se lanza oblicuamente desde el punto O alcanza su altura máxima en A, definido por el ángulo de elevación α. Después de cierto tiempo pasa por el punto B definido por el ángulo de elevación θ. Determine el ángulo α en función de θ. Desprecie la fricción del aire.



(A) $\arctan(\sec\theta)$

(B) $\arctan(\csc\theta)$

(C) $\arctan(\sec 2\theta)$

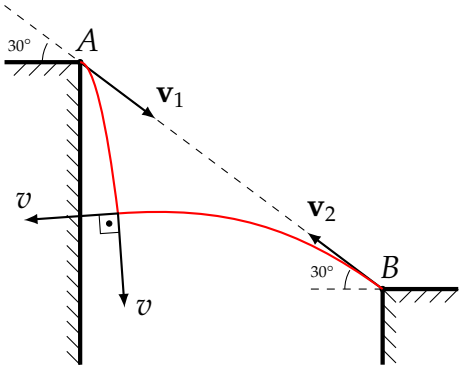
(D) $\arctan(\csc 2\theta)$

(E) Falta información

BORRADOR

13

La figura muestra dos partículas A y B que se lanzan simultáneamente de las posiciones indicadas, formando un ángulo de 30° respecto de la horizontal, con rapideces $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$. Si cuando estos chocan en el aire sus velocidades son de igual magnitud, pero tienen direciones perpendiculares entre sí, determine v_2/v_1.

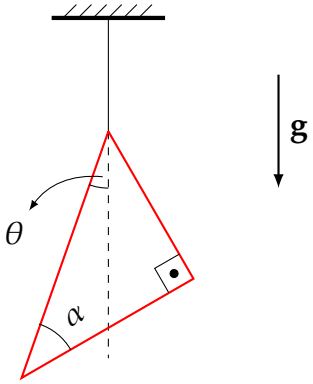


(A) $3 - \sqrt{3}$ (B) $2 + \sqrt{3}$ (C) $\sec(\pi/12)$ (D) $\csc(\pi/12)$ (E) $2\sqrt{3}$

BORRADOR

14

Un alambre delgado uniforme y homogéneo es doblado formando un triángulo rectángulo como se muestra en la figura. Si al ser suspendido de uno de sus vértices, este adopta la posición de equilibrio mostrada, determine el ángulo θ (tg $\alpha = 4/3$).



A) $37°/2$

B) $53°/2$

C) $\arctan(3/13)$

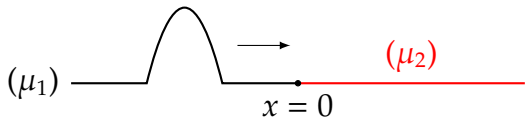
D) $\arctan(4/13)$

E) $\arctan(7/26)$

BORRADOR

15

Una cuerda consta de dos partes unidas en $x = 0$. La parte derecha de la cuerda ($x > 0$) tiene una masa μ_2 por unidad de longitud y la parte izquierda de la cuerda ($x < 0$) tiene una masa μ_1 por unidad de longitud. Si una onda de amplitud unitaria viaja a lo largo de la parte izquierda de la cuerda, como se muestra en la figura, ¿cuál es la amplitud de la onda que se transmite a la parte derecha de la cuerda?



A) 1

B) $2/\left(1 + \sqrt{\mu_2/\mu_1}\right)$

C) $2/\left(1 + \sqrt{\mu_1/\mu_2}\right)$

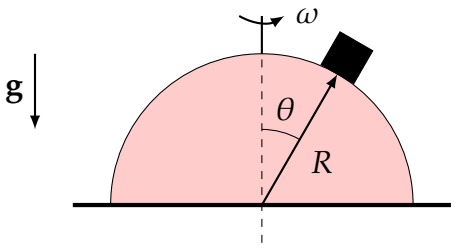
D) $2/\left(1 + \mu_1/\mu_2\right)$

E) $2/\left(1 + \mu_2/\mu_1\right)$

BORRADOR

16

El domo semiesférico mostrado en la figura, cuyo radio en metros es $R = 1 - \cos\theta$, se encuentra rotando uniformemente alrededor de un eje vertical. Sobre el domo se encuentra adherido un pequeño bloque que se encuentra a punto de resbalar. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el domo y el bloque es $\mu = 1$, determine la frecuencia con que rota el sistema ($\theta = 30°$; $g = \pi^2$ m/s^2).

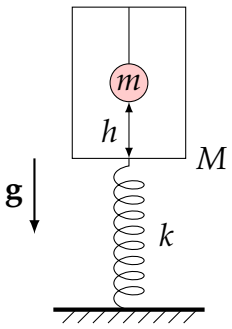


(A) 0,50 rps (B) 1,0 rps (C) 1,5 rps (D) 2,0 rps (E) 2,5 rps

BORRADOR

17

Una caja delgada interiormente hueca de masa M, de cuyo techo pende de un hilo una esferilla de masa m, se encuentra en equilibrio apoyado sobre un resorte ideal de constante k como se muestra en la figura. Si de pronto se rompe el hilo y la esferilla comienza a caer libremente, determine la ecuación que al ser resuelta permite determinar el intervalo de tiempo t que transcurre desde el instante que la esferilla comienza a moverse hasta el instante que esta choca contra el piso de la caja (**g**: aceleración de la gravedad).



A $h = \frac{1}{2}gt^2$

B $h + \frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right) = \frac{1}{2}gt^2$

C $h + \frac{Mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}\,t\right) = \frac{1}{2}gt^2$

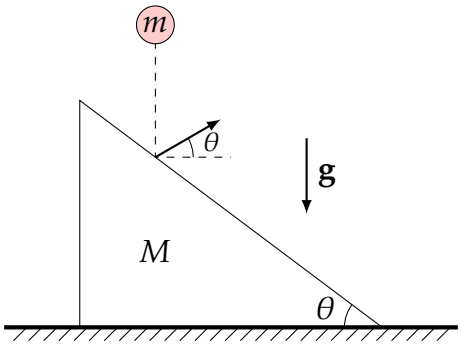
D $h + \frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}\,t\right) = \frac{1}{2}gt^2$

E $h + \frac{Mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right) = \frac{1}{2}gt^2$

BORRADOR

18

Una esfera de masa m se deja caer desde cierta altura sobre una cuña de masa M. Si después de chocar elásticamente con la cuña su velocidad forma un ángulo θ con la horizontal, y se cumple que $m/M = 4\tan\theta$:



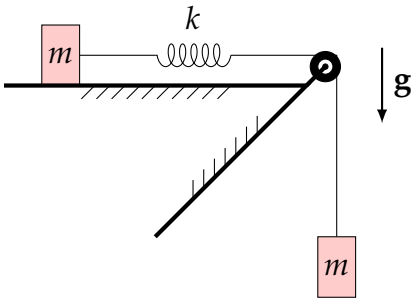
hallar θ.

(A) 15° (B) 30° (C) 37° (D) 37°/2 (E) arctan (1/5)

BORRADOR

19

El sistema físico mostrado en la figura consta de dos bloques idénticos de masa m unidos por un resorte ideal de constante k. Si el sistema se deja en libertad de movimiento de la posición indicada, encontrándose el resorte no deformado, determine la máxima deformación que experimentará el resorte.

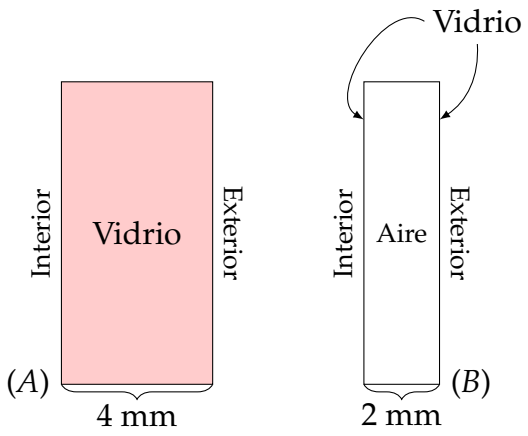


A mg/k B $2mg/k$ C $mg/(2k)$ D $4mg/k$ E $mg/(4k)$

BORRADOR

20

La ventana A es un panel de vidrio de 4 milímetros de espesor, como se muestra debajo. La ventana B consta de dos capas de vidrio extremadamente delgadas separadas por un espacio de aire de 2 mm de espesor, como se muestra en la figura. Si las conductividades térmicas del vidrio y el aire son $0,8$ W/(m°C) y $0,025$ W/(m°C), respectivamente, entonces la relación entre el flujo de calor a través de la ventana A y el flujo de calor a través de la ventana B es



A 2.

B 4.

C 8.

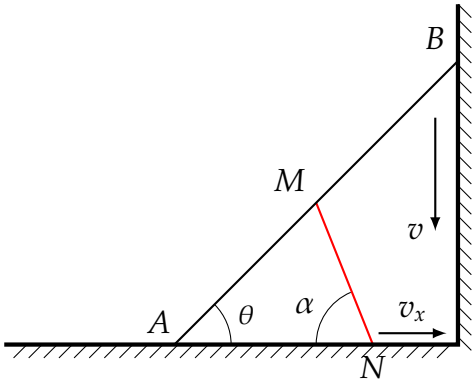
D 16.

E 32.

BORRADOR

21

La barra rígida AB mostrada en la figura resbala por una pared vertical y sobre un piso horizontal. Esta se encuentra articulada a otra MN (M es punto medio de AB), cuyo extremo inferior resbala también sobre el piso. Si en el instante mostrado se cumple que $v_x = v(1 - \text{tg}\ \theta)/2$. Determine el ángulo α en ese instante.

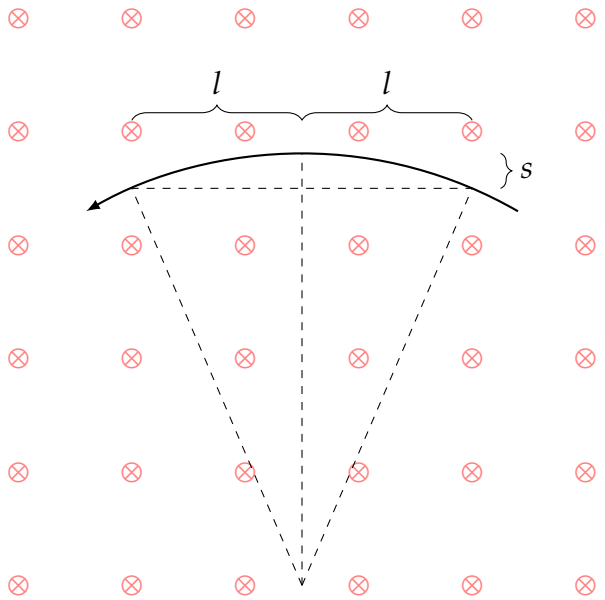


A $\pi/3$ B $\pi/4$ C $2\pi/3$ D arctan (4/3) E arctan (2)

BORRADOR

22

Una partícula con carga q y cantidad de movimiento p se mueve en el plano horizontal bajo la acción de un campo magnético vertical uniforme de magnitud B. Se realizan mediciones de la trayectoria de la partícula para determinar la sagita s y la longitud de la mitad de la cuerda l, como se muestra en la figura. ¿Cuál de las siguientes expresiones da el momento de la partícula en términos de q, B, s y l?



A $qBs^2/(2l)$

B qBs^2/l

C $qBl^2/(2s)$

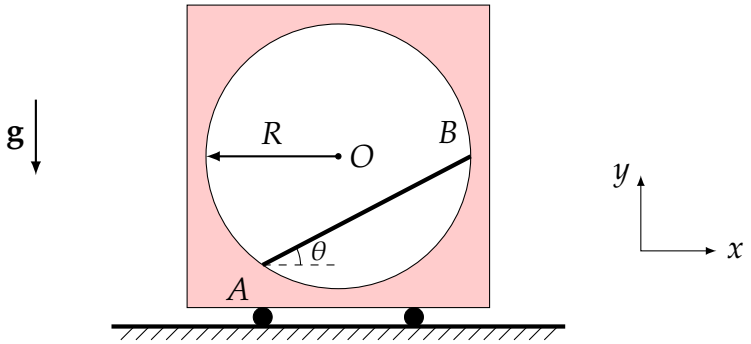
D $qB(l^2+s^2)/(2s)$

E $qB(l^2+s^2)/(2l)$

BORRADOR

23

La figura muestra un coche que se encuentra en reposo respecto de la Tierra y dentro de él una barra delgada no homogénea AB de 32 cm de longitud en equilibrio relativo. Determine con qué aceleración debe moverse el coche para que la barra, en su nueva posición de equilibrio relativo adopta la dirección del eje x. No existe rozamiento ($R = 20$ cm; sen $\theta = 0,6$; **g**: aceleración de la gravedad)

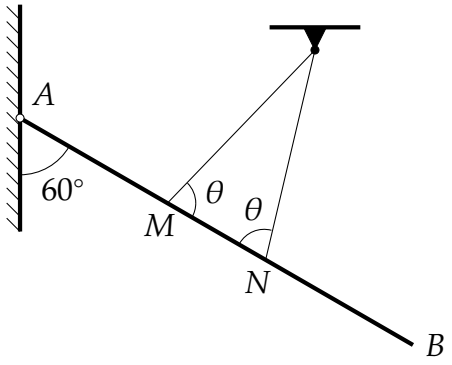


(A) $0,8g\,\hat{i}$ (B) $-0,8g\,\hat{i}$ (C) $0,75g\,\hat{i}$ (D) $-0,75g\,\hat{i}$ (E) $0,7g\,\hat{i}$

BORRADOR

24

La barra AB, uniforme y homogénea, pesa 80 N y $AM = BN$. Si esta se encuentra en equilibrio, determine la magnitud de la fuerza de reacción en la articulación A en newtons.

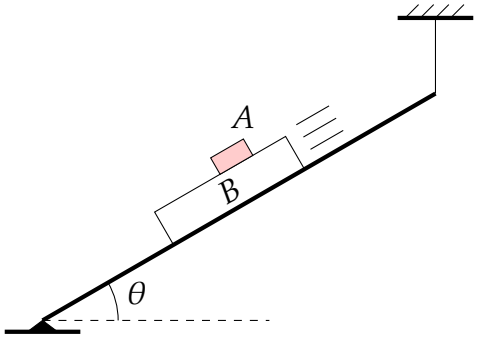


(A) 80 (B) 40 (C) $40\sqrt{3}$ (D) $40\cos\theta$ (E) $40\,\text{sen}\,\theta$

BORRADOR

25

Las masas de los bloques A y B mostrados en la figura son de 1 y 3 kg respectivamente. El coeficiente de rozamiento cinético entre A y B es $0,25$, y entre B y la plataforma es $0,4$. Si la magnitud de la aceleración relativa de A respecto de B es de $1,6$ m/s^2, determine aproximadamente el ángulo θ.



A) $37°/2$

B) $53°/2$

C) $37°$

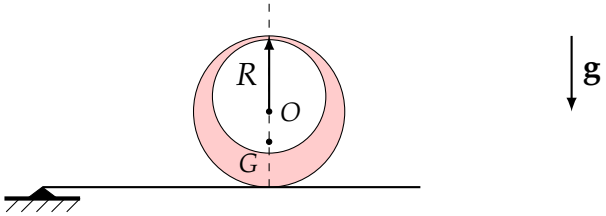
D) $\arctan(4/5)$

E) $\arctan(11/16)$

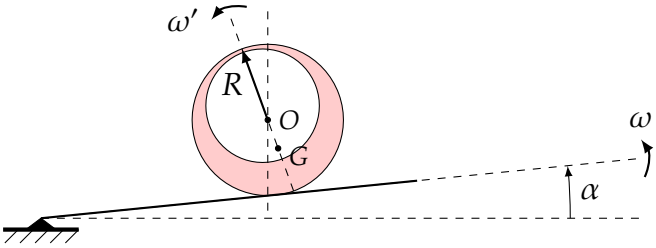
BORRADOR

26

A un cilindro recto uniforme de radio R se le ha hecho una perforación cilíndrica no-simétrica de modo tal que el centro de masas de la parte restante se encuentra en el punto ubicado en el punto G, siendo $OG = R/5$. Este cilindro hueco se encuentra en equilibrio estable sobre una rampa horizontal áspera como se muestra en la figura (a).



(a)



(b)

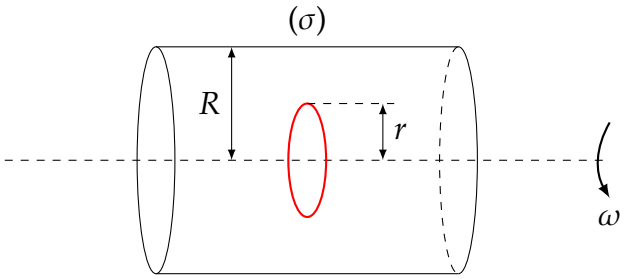
Si de pronto la rampa comienza a rotar muy lentamente en sentido antihorario con una rapidez angular constante ω, como se muestra en la figura (b), el cilindro hueco rotará con una rapidez angular ω' variable adoptando diferentes posiciones de equilibrio respecto de la rampa. Determine ω' en el instante en que $\alpha = 0,1$ rad, suponiendo que hasta ese instante el cilindro rueda sin resbalar respecto de la rampa.

A $2,7\omega$ B $3,7\omega$ C $4,7\omega$ D $5,7\omega$ E $6,7\omega$

BORRADOR

27

La superficie lateral de un cilindro no conductor de radio R, de paredes muy delgadas y muy largo, se encuentra uniformemente cargada con una densidad superficial de carga σ. Un pequeño anillo circular no conductor de radio r y masa m, que tiene una carga q uniformemente distribuida a lo largo de su longitud, se coloca de manera coaxialmente dentro del cilindro y en su centro. Este sistema se encuentra ubicada en un espacio libre de gravedad. Si de pronto al cilindro se le proporciona una velocidad angular ω respecto de su eje, como se muestra en la figura, entonces la rapidez angular adquirida por el anillo es (μ_0: permeabilidad magnética al vacío)



A) $\mu_0 q\sigma R\omega/m$.

B) $\mu_0 q\sigma R\omega/(2m)$.

C) $\mu_0 q\sigma R\omega/(4m)$.

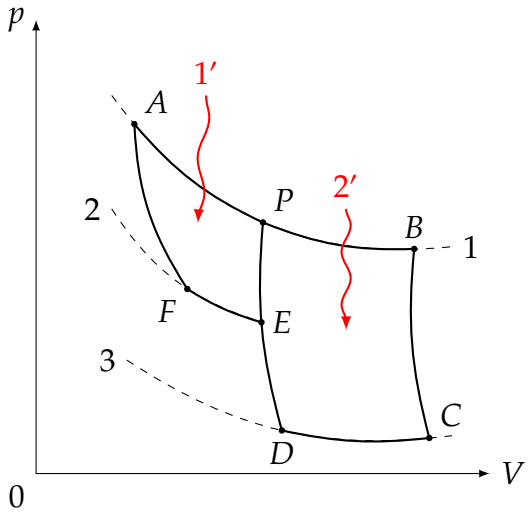
D) $2\mu_0 q\sigma R\omega/m$.

E) N. A.

BORRADOR

28

El diagrama presión (p) × volumen (V) mostrado muestra dos ciclos de Carnot ($APEFA$ y $PBCDEP$) realizados por un gas ideal monoatómico ($\gamma = 5/3$). Si los calores absorbidos por este gas en sus respectivos ciclos termodinámicos son inversamente proporcionales a sus respectivas eficiencias, determine en qué relación se encuentras las áreas encerradas por los ciclos $APEFA$ y $PBCDEP$ (1, 2 y 3 son isotermas; 1′ y 2′ son flujos de calor).



(A) 1 (B) 1, 6 (C) 0, 8 (D) 0, 6 (E) Faltan datos

BORRADOR

29

Un satélite con masa m está orbitando la Tierra (masa M y radio R) en una trayectoria circular con radio r. En un momento dado ($t = 0$), debido a la acción de la atmósfera, comienza a perder energía a una tasa constante $\alpha < 0$. Desde allí, llega a la superficie de la tierra en $t = t_0 > 0$. En estas condiciones, determine r en términos de t_0, G (constante gravitacional de Newton), m, M y R.

A $\left(\dfrac{GmM}{GmM - 2\alpha R t_0}\right)R$

B $\left(\dfrac{GmM}{GmM + 2\alpha R t_0}\right)R$

C $\left(\dfrac{GmM}{GmM - \alpha R t_0}\right)R$

D $\left(\dfrac{GmM}{GmM + \alpha R t_0}\right)R$

E $\left(\dfrac{GmM}{\alpha R t_0}\right)R$

BORRADOR

30

Determine la energía cinética máxima del fotoelectrón que se libera de la superficie de una placa de metal (función de trabajo ϕ) después de que la radiación electromagnética la golpea. El campo eléctrico varía como $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0\,[1 + \cos(3\omega t)]\cos(\omega t)$, donde $\mathbf{E}_0$ es la amplitud del campo eléctrico y $\omega > 0$ es la constante. Da tu respuesta en términos de ω, h (constante de Planck) y ϕ.

A $\dfrac{2\omega h}{\pi} - \phi$

B $\dfrac{3\omega h}{\pi} - \phi$

C $\dfrac{4\omega h}{\pi} - \phi$

D $\dfrac{\omega h}{3\pi} - \phi$

E $\dfrac{\omega h}{4\pi} - \phi$

BORRADOR

CRÉDITOS

Un agradecimiento a todos los que han colaborado aportando problemas para este evento, en su mayoría inéditos:

Orlando Ramírez Urbano
Thiago Felício de Souza

PAÍSES PARTICIPANTES

Ecuador – Argentina – República Dominicana – Bolivia – Chile – Uruguay – Paraguay
El Salvador – México – Nicaragua – Costa Rica – Puerto Rico – Guatemala – Colombia
Cuba – Brasil – España – Panamá – Venezuela – Perú – Honduras