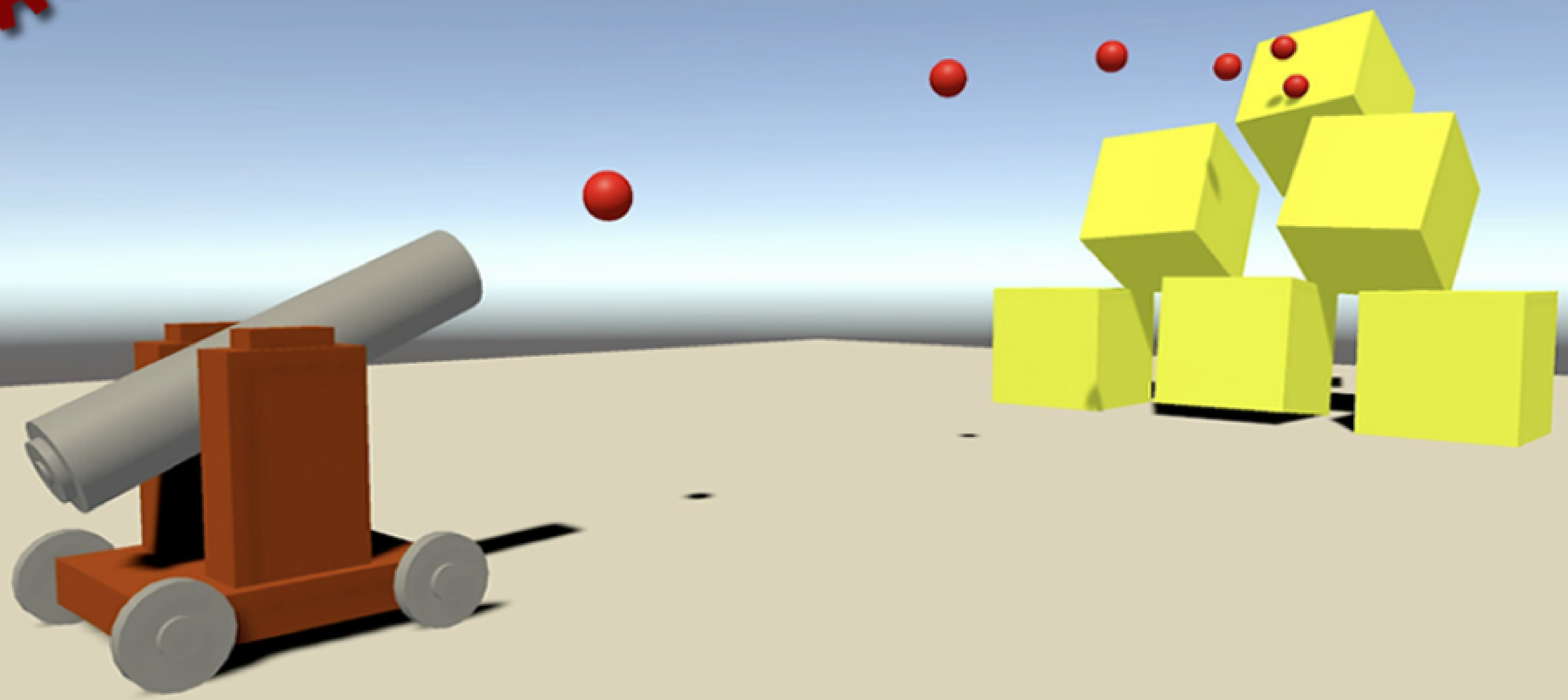
PAE

CEPREUNI

SPDF

Ciclo paralelo CEPREUNI



Curso: Física

Tema: Movimiento parábolico

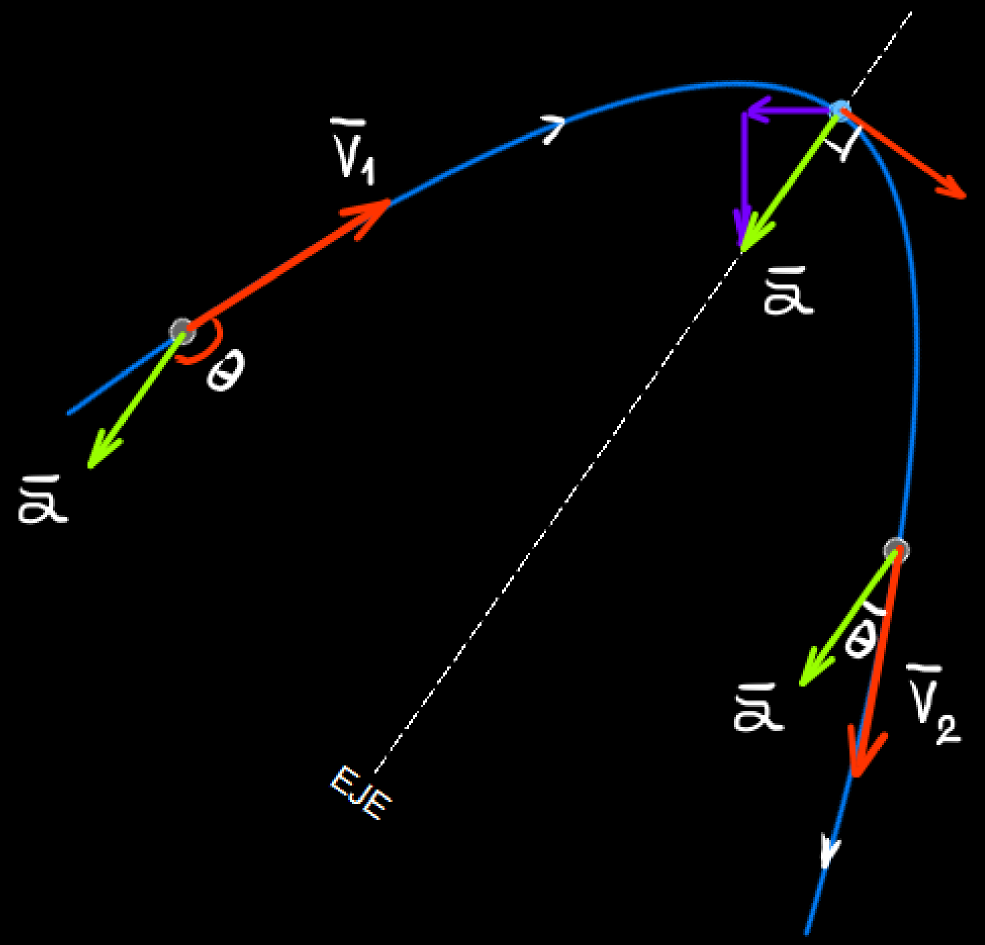
997314569

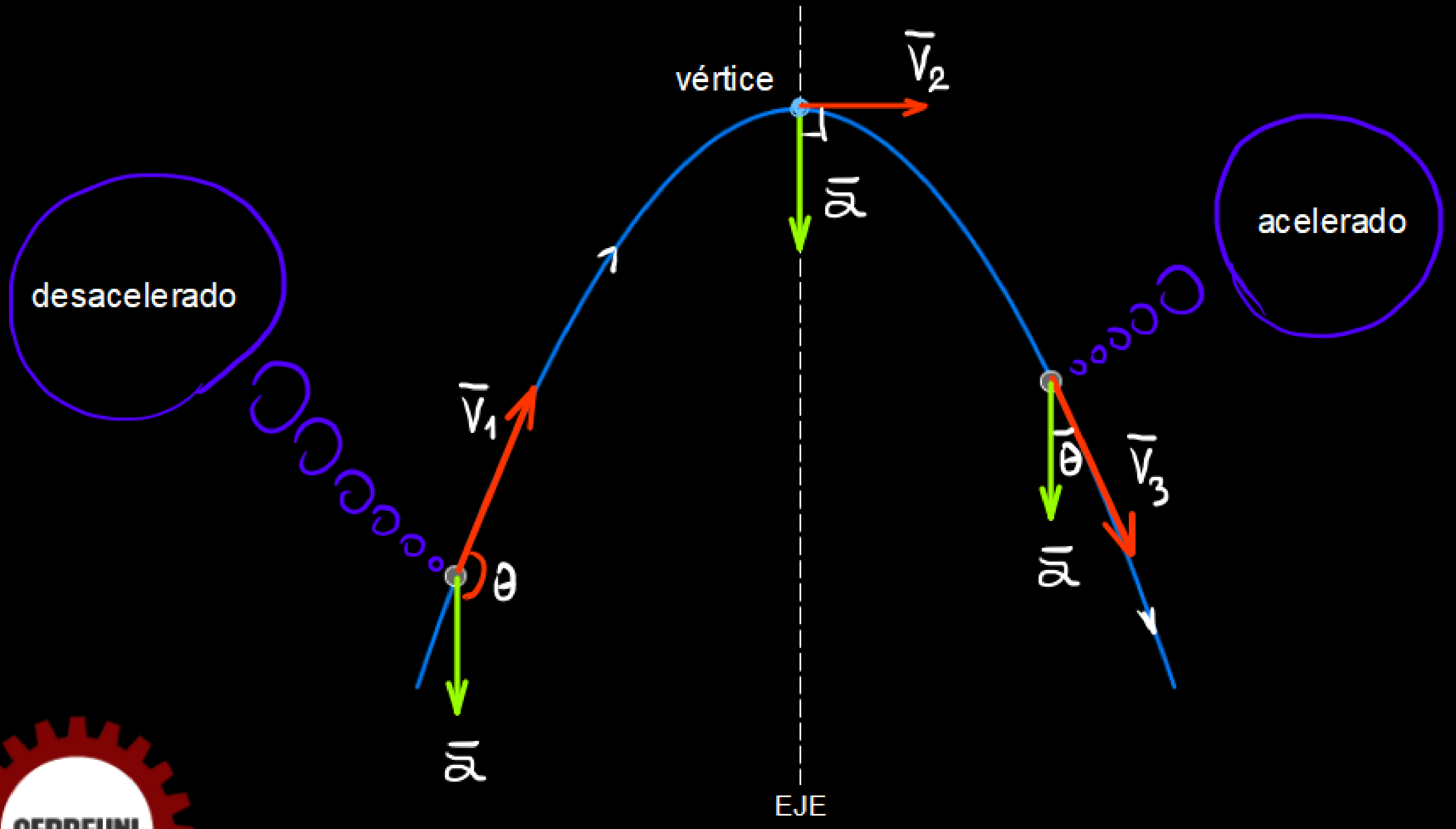
Movimiento Curvilíneo con aceleración constante (MCAC)

Si un cuerpo se mueve con aceleración constante hay dos posibilidades: que el movimiento sea rectílineo (MRUV) o que sea curvilineo (MCAC). Que sea uno u otro depende de las condiciones iniciales (velocidad inicial).

Si la velocidad inicial de un movil forma un ángulo agudo u obtuso con la aceleración constante, la trayectoria que describirá será una parábola. Es por eso que el MCAC más se conoce con el nombre de movimiento parabólico. Y si la aceleración que experimenta el cuerpo es la aceleración de la gravedad, este movimiento se denomina movimiento parabólico de caida libre (MPCL).

En este caso, la aceleración siempre apunta hacia la parte cóncava de la trayectoria parabólica. Toda parabóla posee un vértice V y un eje (eje focal)





https://www.geogebra.org/m/hcdf3rjp

Movimiento Curvilíneo con aceleración constante (MCAC)

Las ecuaciones que describen este movimiento son las mismas que las del MRUV, solo que en este caso hay que tener en cuenta el carácter vectorial de estas ecuaciones.

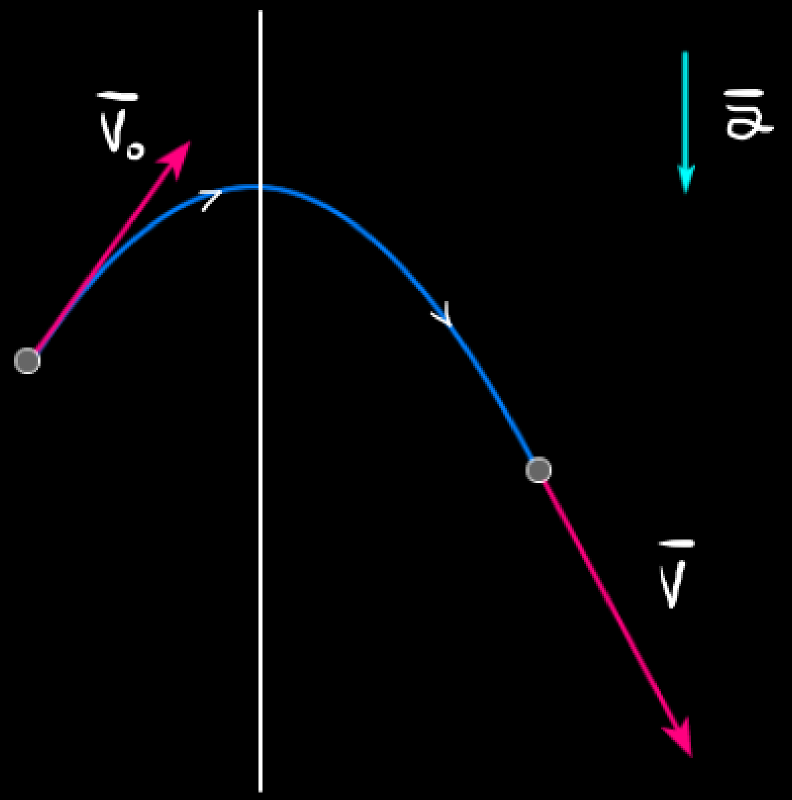
Interpretación de las ecuaciones del MPCL

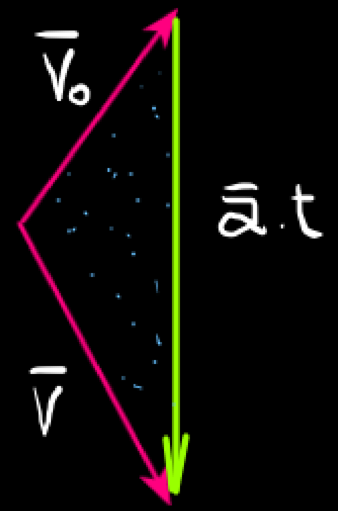
1) $\boxed{\vec{V} = \vec{V}_o + \vec{a}.t}$

2) $\vec{d} = \vec{V}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}.t^2$

3) $\vec{d} = \left(\frac{\vec{V}_o + \vec{V}}{2}\right) t$

4) $v^2 = v_o^2 + 2\,\vec{a}.\vec{d}$





https://www.desmos.com/calculator/kbgbjpqxb2?lang=es

Movimiento Curvilíneo con aceleración constante (MCAC)

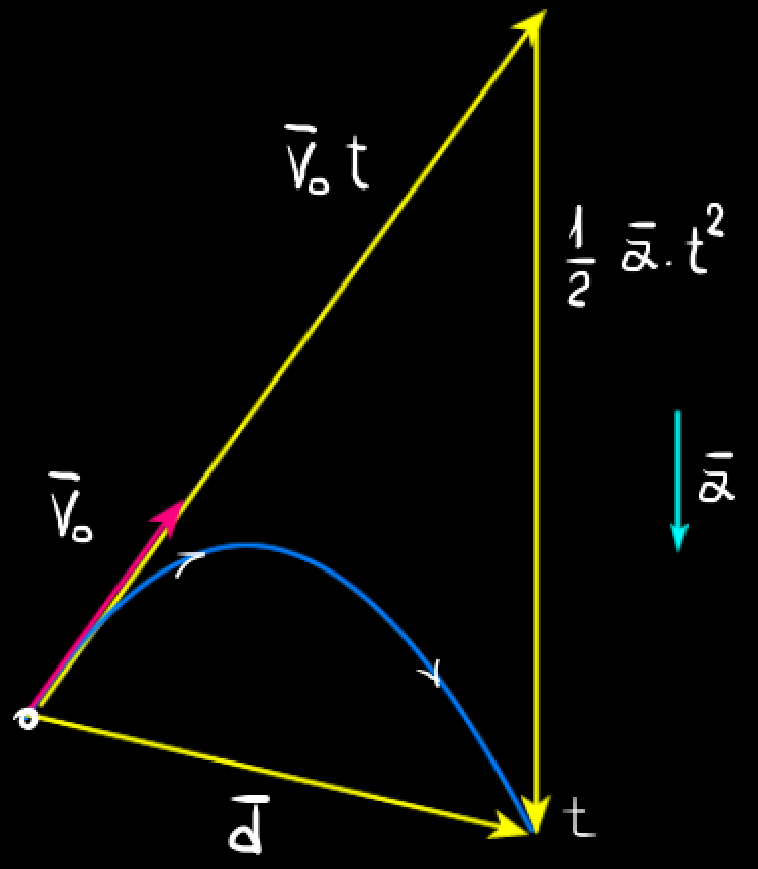
Interpretación de las ecuaciones del MPCL

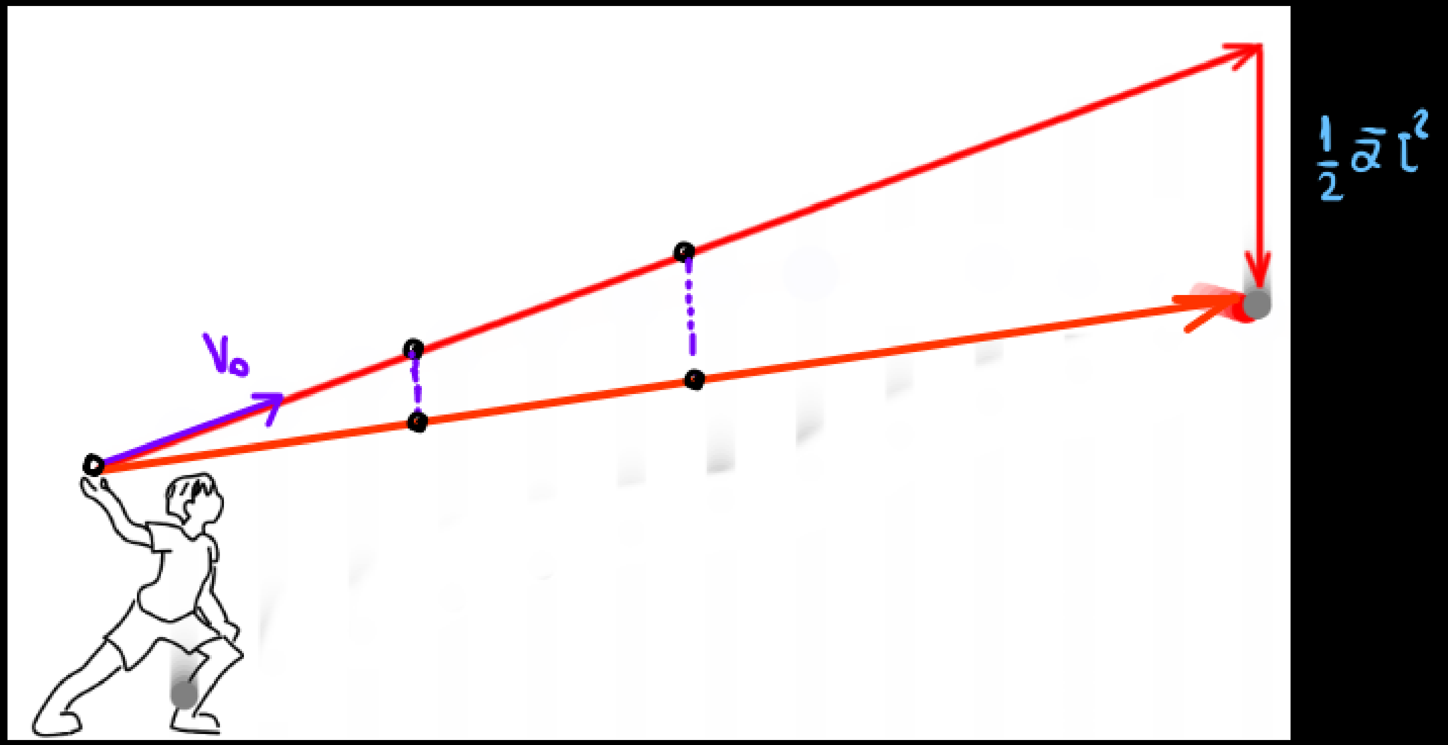
1) $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}.t$

2) $\boxed{\vec{d} = \vec{V}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}.t^2}$

3) $\vec{d} = \left(\frac{\vec{V}_0 + \vec{V}}{2}\right) t$

4) $v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}.\vec{d}$





https://javalab.org/en/parabolic_motion_en/

Movimiento Curvilíneo con aceleración constante (MCAC)

Existen tres métodos para resolver problemas de MCAC:

- método vectorial
- método de las componentes
- método gráfico

El método de las componentes

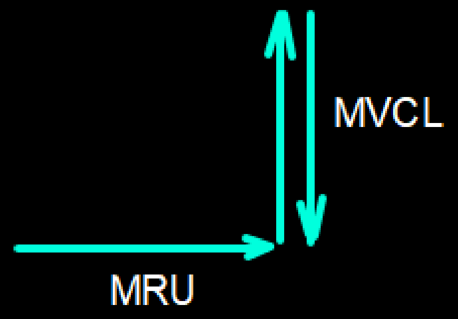
Este método consiste en descomponer el movimiento parabólico en dos movimiento rectilíneos. Generalmente uno de los movimientos es un MRU y el otro es un MRUV.
El MRU es la componente perpendicular a la aceleración y el MRUV es la componente en la dirección de la aceleración.

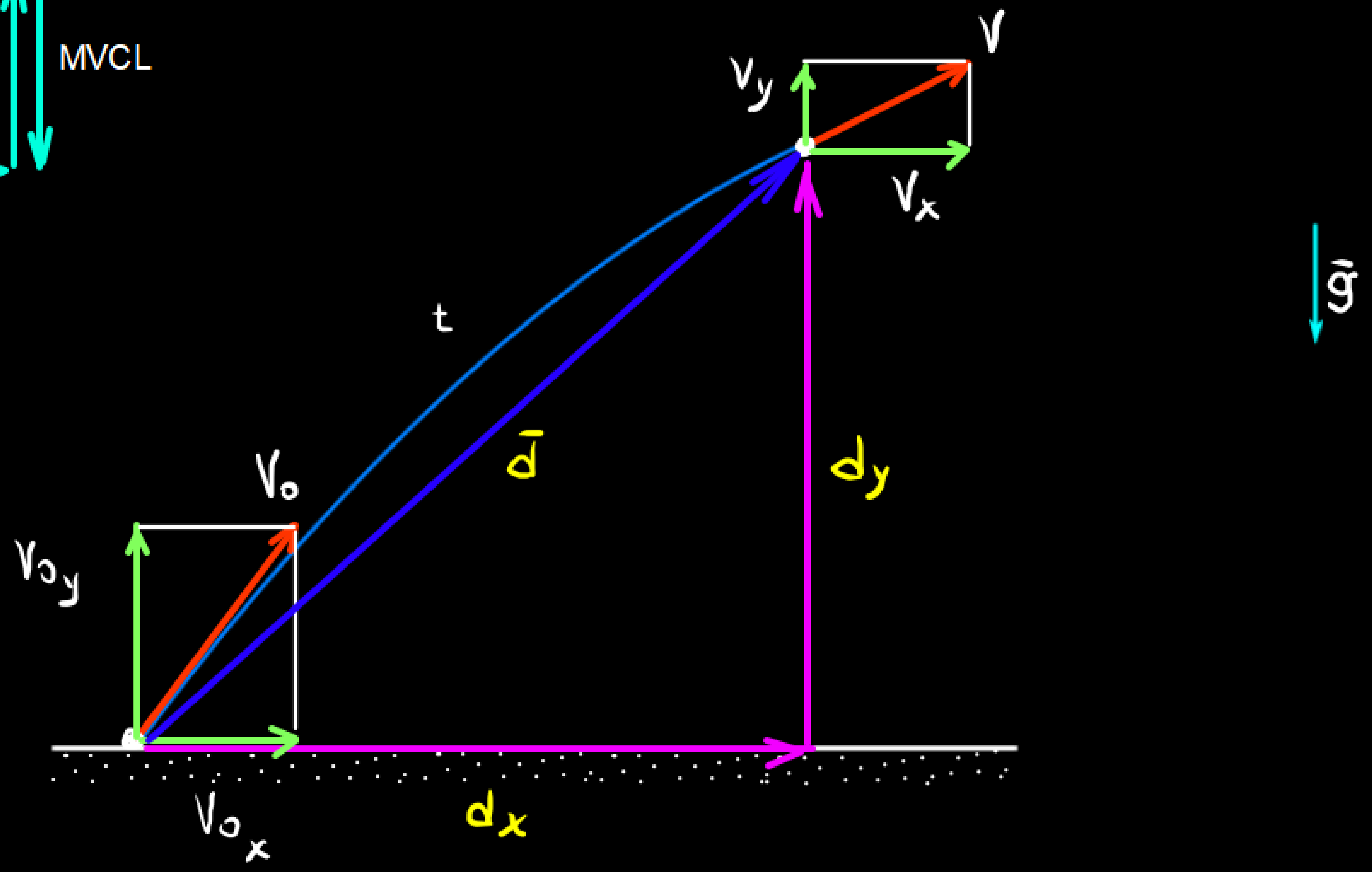
* $V_{o_x} = V_x = \text{const}$

* $V_y = V_{o_y} + g\,t$

* $d_x = V_x\, t$

* $d_y = V_{o_y}\, t + \frac{1}{2} g\, t^2$



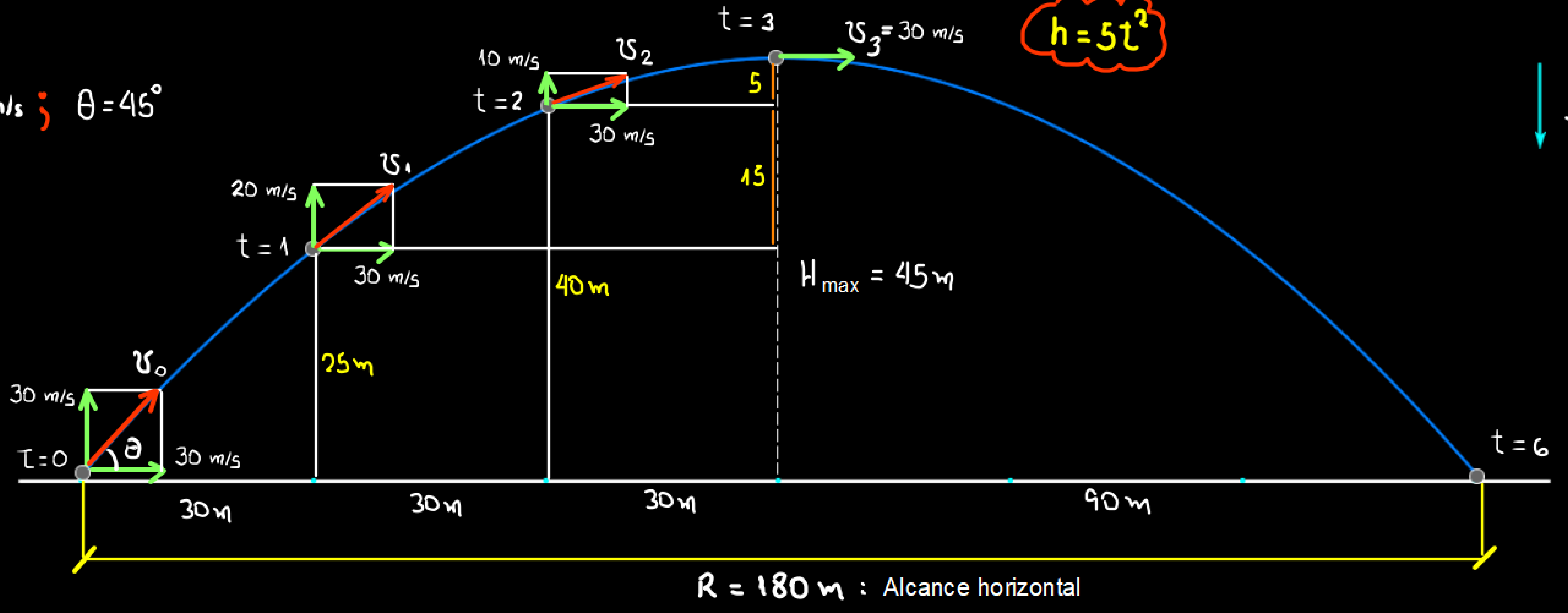


Ejemplo

$\vec{V}_0 = 30\,\hat{i} + 30\,\hat{j}$ m/s ; $\theta = 45°$

$g = 10$ m/s²

* $v_0 = 30\sqrt{2}$ m/s
* $v_1 = 10\sqrt{13}$ m/s
* $v_2 = 10\sqrt{10}$ m/s
* $v_3 = 30$ m/s



$$t_{vuelo} = \frac{2\,v_0\,\mathrm{Sen}\,\theta}{g}$$

$$H_{max} = \frac{v_0^2\,\mathrm{Sen}^2\theta}{2g}$$

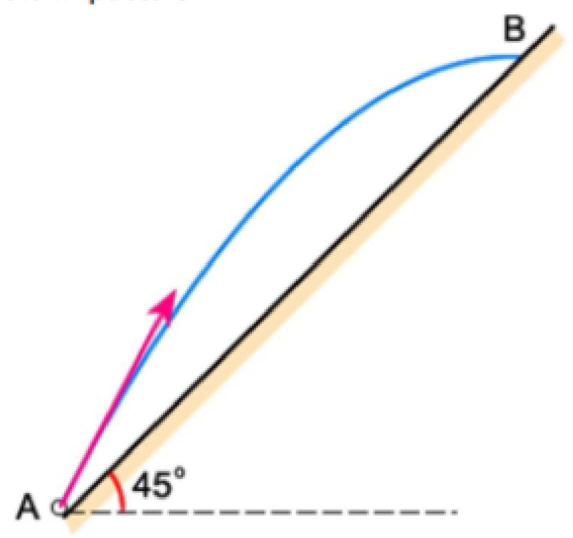
$$R = \frac{v_0^2\,\mathrm{Sen}(2\theta)}{g}$$

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{4\,H_{max}}{R}$$

PAE CEPREUNI

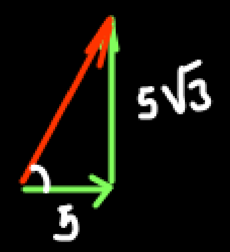
El método gráfico

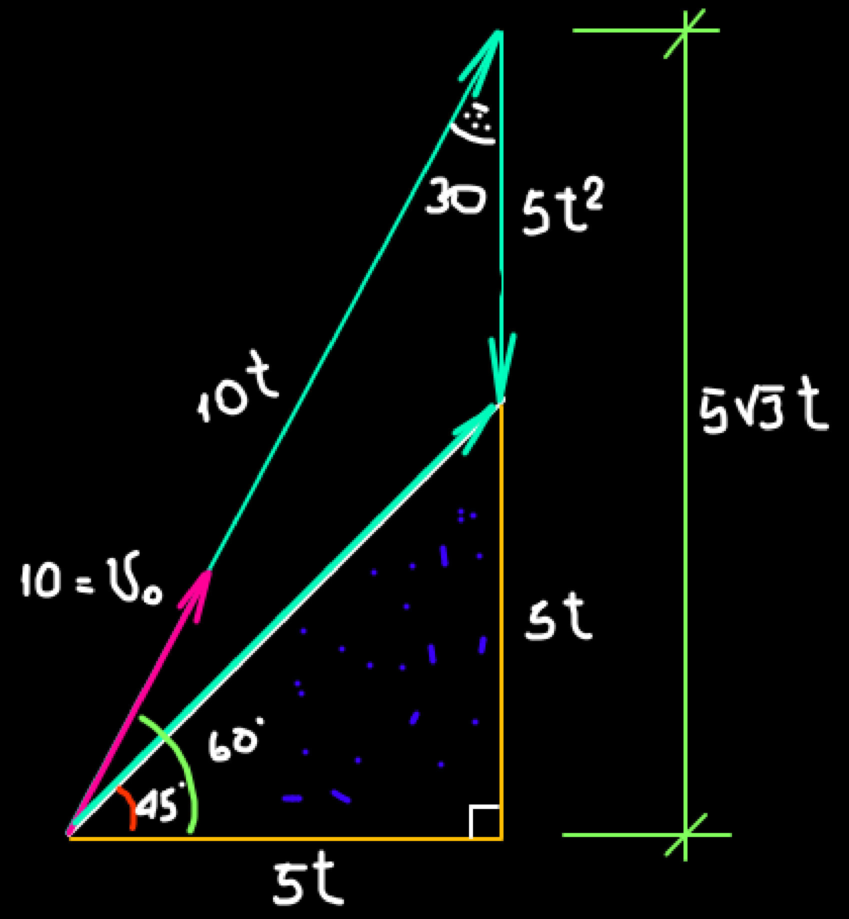
7. La figura muestra una partícula que es lanzada en A con una velocidad inicial $\vec{v}_o = (5\hat{i} + 5\sqrt{3}\,\hat{j})\ m/s$. Calcule el tiempo (en s) en el que la partícula impacta en B.



A) 0,73 B) 0,75 C) 0,80 D) 0,90 E) 1,00

t : TIEMPO





De la figura:

$$5t^2 + 5t = 5\sqrt{3}\,t$$

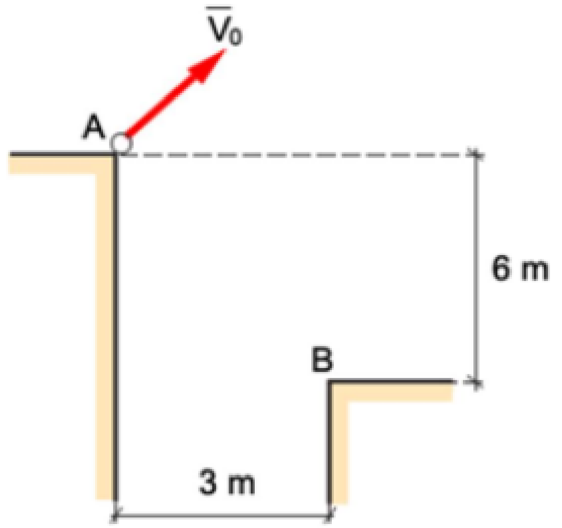
$$t + 1 = \sqrt{3}$$

$$t = \sqrt{3} - 1$$

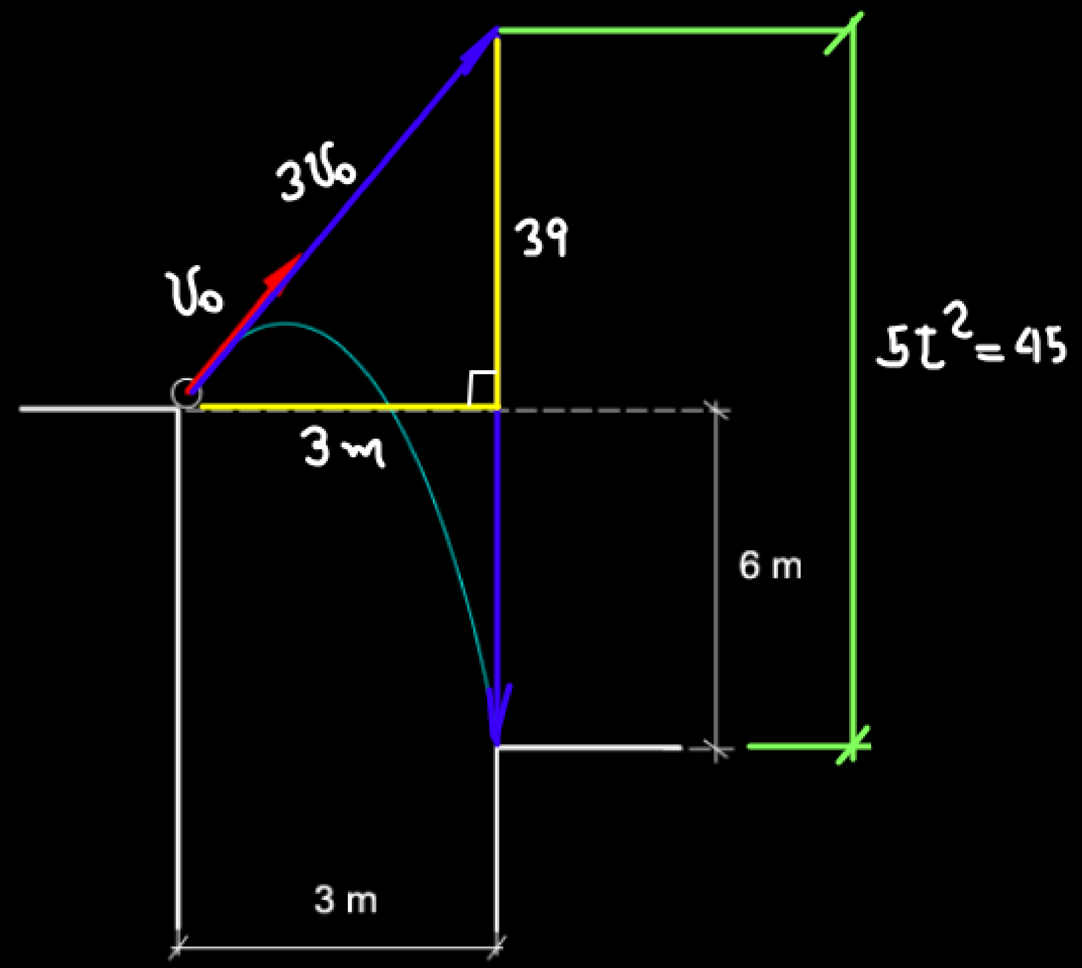
$$t \approx 0{,}73\ s$$

El método gráfico

10. ¿Con qué rapidez (en m/s) hay que lanzar una partícula del punto A para que después de 3 s llegue al punto B?



A) 13,04 B) 14,04 C) 15,04 D) 16,04 E) 17,04



De la figura (por Pitágoras):

$$3V_0 = \sqrt{3^2 + 39^2}$$

$$3V_0 = 3\sqrt{1^2 + 13^2}$$

$$V_0 = \sqrt{170}$$

$$V_0 \approx 13{,}04 \ m/s$$

1. Un móvil que se encuentra en la posición $\vec{r}_o = (2\hat{i} + 3\hat{j})$ m, parte con una velocidad inicial de $\vec{v}_o = 2\hat{i}$ m/s y aceleración constante. Si en el instante t = 2 s su posición es $\vec{r} = 8\hat{i}$ m, calcule su aceleración (en m/s²).

A) $\hat{i} + 1{,}5\hat{j}$ B) $1{,}5\hat{i} - \hat{j}$ C) $\hat{i} - 1{,}5\hat{j}$ D) $2\hat{i} - 1{,}5\hat{j}$ E) $2\hat{i} + 1{,}5\hat{j}$

Datos: $\bar{d} = 6\hat{i} - 3\hat{j} = (6;-3)$

$\bar{V}_o = (2;0)$

$t = 2$

Incognita: $\bar{a} = ?$

Ecuación: $\bar{d} = \bar{V}_o t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2$

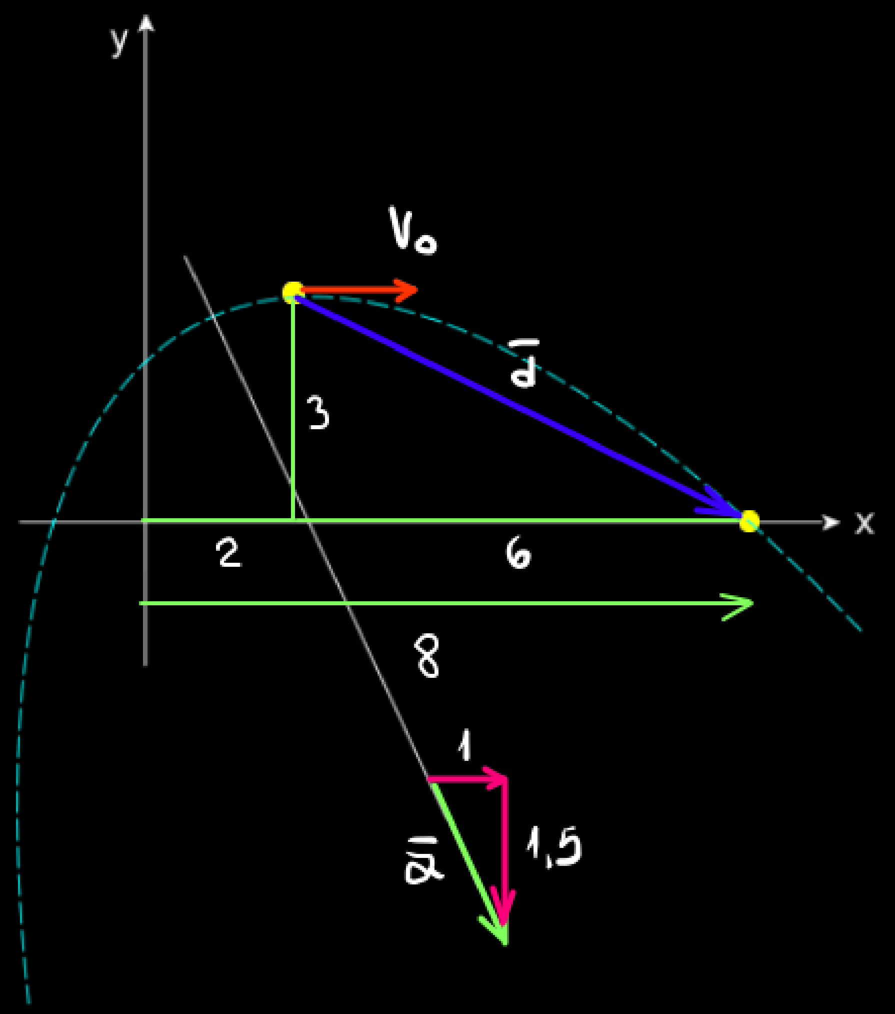
$$(6;-3) = (2;0)\,2 + \frac{1}{2}\bar{a}(2)^2$$

$$(6;-3) = (4;0) + \frac{1}{2}\bar{a}(4)$$

$$(6;-3) - (4;0) = 2\bar{a}$$

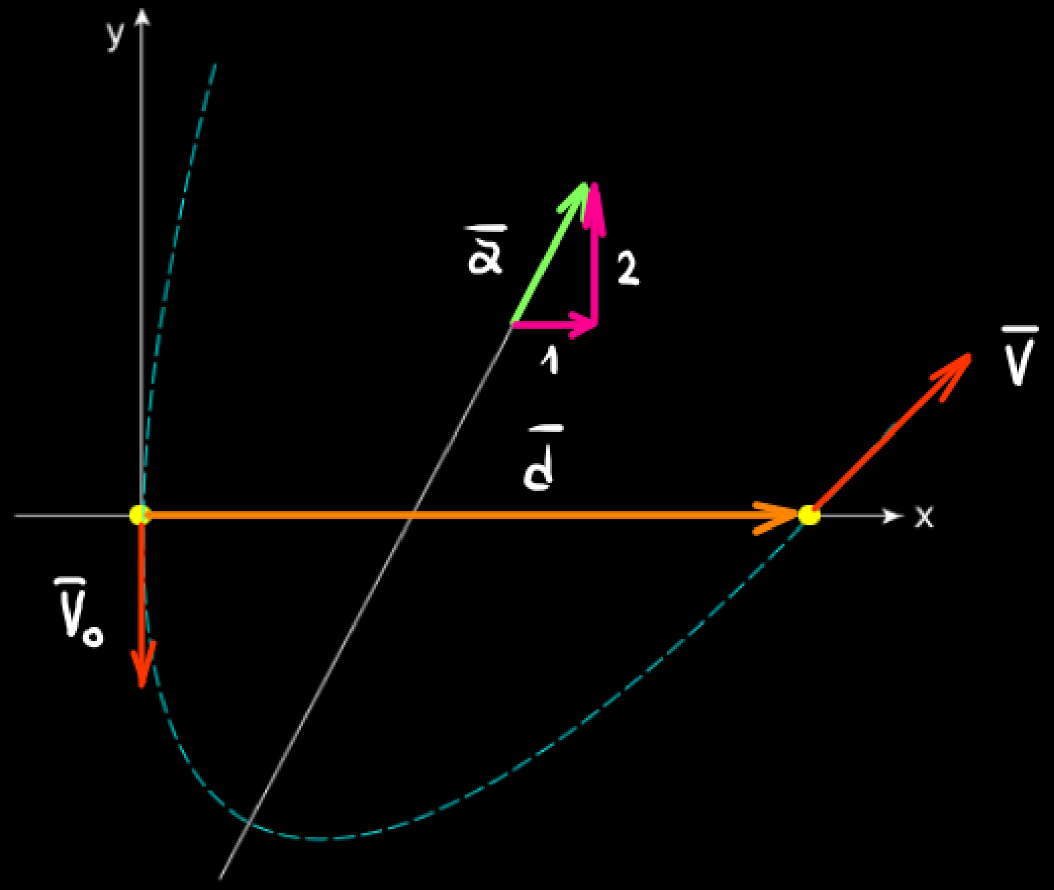
$$(2;-3) = 2\bar{a} \quad \therefore \quad \bar{a} = (1;-1{,}5)$$

$$\bar{a} = \hat{i} - 1{,}5\hat{j} \ (m/s^2)$$



2. Un móvil parte del origen de coordenadas con $\vec{v}_o = -4\,\hat{j}$ m/s y aceleración constante $\vec{a} = (\hat{i} + 2\,\hat{j})$ m/s². Halle su rapidez en el instante que cruza el eje X.

A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 8 E) $8\sqrt{5}$



✳ Determinemos primero el tiempo transcurrido t hasta que se cumple la condición:

Ecuación: $$\boxed{\bar{d} = \bar{V}_o t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2}$$

$$(d;0) = (0;-4)\,t + \frac{1}{2}(1;2)\,t^2$$

$$(d;0) = (0;-4t) + \left(\frac{1}{2}t^2 ; t^2\right)$$

$$(d;0) = \left(\frac{1}{2}t^2 ; -4t+t^2\right)$$

Resolviendo: $-4t + t^2 = 0 \quad \therefore \quad t = 4\,s$

✳ Determinemos a continuación su velocidad final:

$$\boxed{\bar{V} = \bar{V}_o + \bar{a}.t}$$

$$\bar{V} = (0;-4) + (1;2)4$$

$$\bar{V} = (0;-4) + (4;8) \quad \therefore \quad \bar{V} = 4\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$V = 4\sqrt{2} \ (m/s)$$

3. Un helicóptero desarrolla un movimiento con una aceleración $\vec{a}=(2\hat{i}-4\hat{j}+6\hat{k})\,m/s^2$, si en t = 0 s su posición es $\vec{r}_o=(20\hat{i}+40\hat{j}+100\hat{k})\,m$ y su velocidad $\vec{v}_o=(5\hat{i}+10\hat{j})\,m/s$. Determine el desplazamiento del helicóptero entre t = 5 s y t = 15 s.

A) $450\hat{i}+600\hat{j}-300\hat{k}$
B) $250\hat{i}-600\hat{j}+300\hat{k}$
C) $250\hat{i}-300\hat{j}+600\hat{k}$
D) $200\hat{i}-200\hat{j}+200\hat{k}$
E) $150\hat{i}+100\hat{j}+500\hat{k}$

* Determinemos el desplazamiento entre t = 0 y t = 5 s:

$$\bar{d} = \bar{V}_o t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2$$

$$\bar{d}_1 = (5;10;0)5 + \frac{1}{2}(2;-4;6)5^2$$

$$\bar{d}_1 = (25;50;0) + (25;-50;75)$$

$$\bar{d}_1 = (50;0;75)$$

* Determinemos el desplazamiento entre t = 0 y t = 15 s:

$$\bar{d} = \bar{V}_o t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2$$

$$\bar{d}_2 = (5;10;0)15 + \frac{1}{2}(2;-4;6)15^2$$

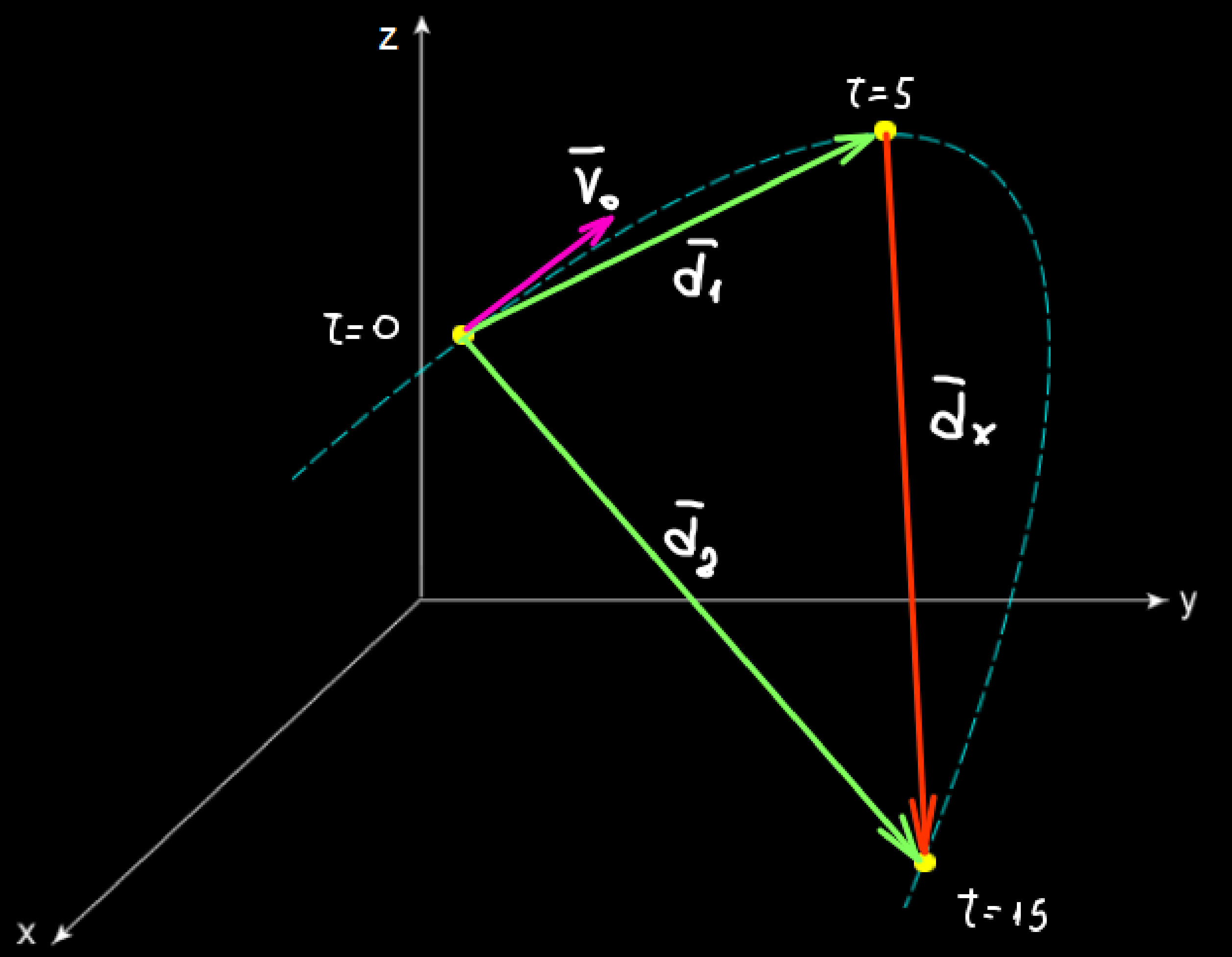
$$\bar{d}_2 = (75;150;0) + (225;-450;675)$$

$$\bar{d}_2 = (300;-300;675)$$

* De la figura: $\bar{d}_x = \bar{d}_2 - \bar{d}_1$ $\therefore$

$$\bar{d}_x = (300;-300;675) - (50;0;75)$$

$$\bar{d}_x = (250;-300;600)$$



4. Un proyectil es disparado desde el suelo con una velocidad $\vec{v}_o = (10\hat{i} + 40\hat{j})$ m/s, debido a la gravedad y el viento experimenta una aceleración constante $\vec{a} = -5(\hat{i} + 2\hat{j})$ m/s². Determine a qué distancia (en m) del punto de disparo caerá el proyectil.

A) 160 B) 80 C) 40 D) 120 E) 100

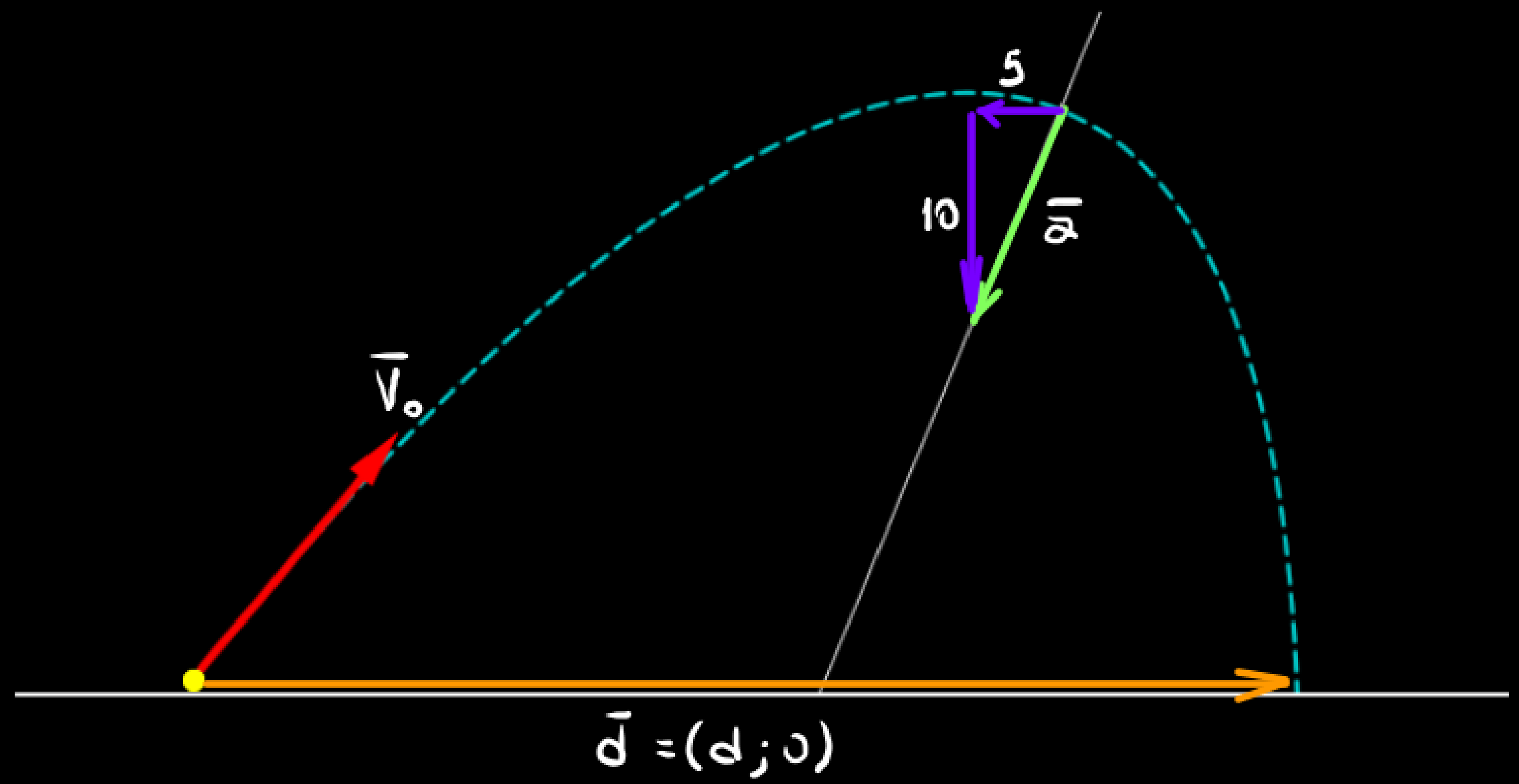
$$\boxed{\bar{d} = \bar{V}_o t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2}$$

$$(d;0) = (10;40)t + \frac{1}{2}(-5;-10)t^2$$

$$(d;0) = (10t;40t) + (-\frac{5}{2}t^2;-5t^2)$$

$$(\overset{(1)}{\overbrace{d;0) = (10t - \frac{5}{2}t^2}};\ 40t - 5t^2)$$

$$\underbrace{0) = (10t - \tfrac{5}{2}t^2;\ 40t - 5t^2}_{(2)}$$



* De la ecuación (2) hallamos t: $40t - 5t^2 = 0$ $\therefore$ $t = 8\,s$

* Reemplazando en la ecuación (1): $d = 10t - \frac{5}{2}t^2$ $\Rightarrow$ $d = 10(8) - \frac{5}{2}(8)^2$

$\therefore$ $d = -80\ m$ (cae a 80 m a la izquierda del punto de lanzamiento)

5. Una partícula inicia su movimiento con una velocidad $\vec{v}_o = 20\hat{i}\ m/s$ y experimenta una aceleración de $\vec{a} = (-6\hat{i} - 8\hat{j})\,m/s^2$. Calcule aproximadamente su rapidez (en m/s) en el instante que su desplazamiento es $(17\hat{i} - 4\hat{j})$ m.

A) 13 B) 15 C) 16 D) 18 E) 22

producto escalar

$$v^2 = v_o^2 + 2\,\vec{a}\cdot\vec{d}$$

$$v^2 = 20^2 + 2\,(-6;-8)\cdot(17;-4)$$

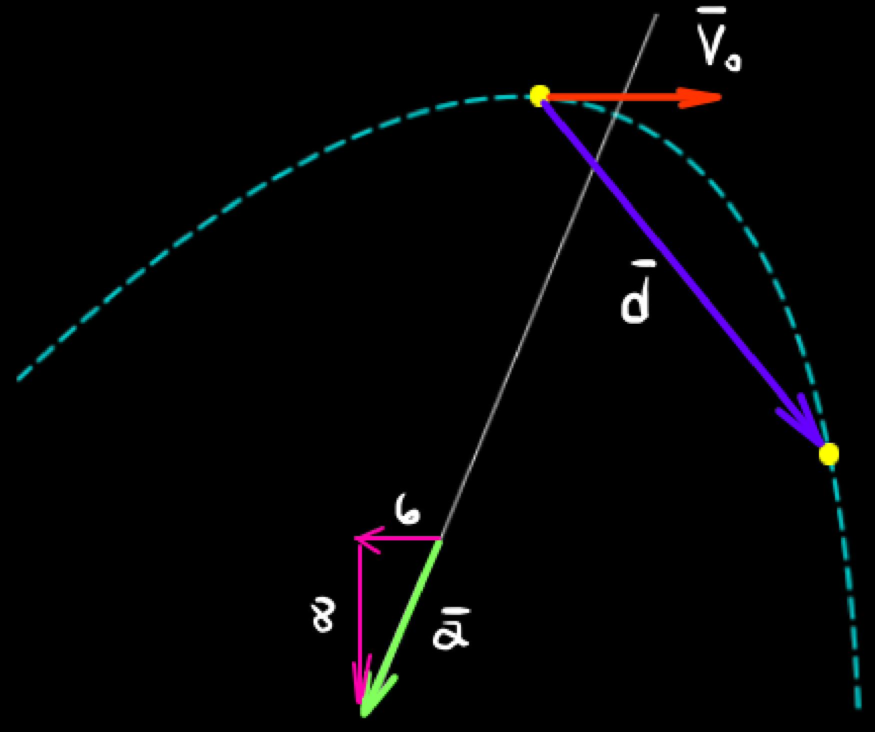
$$v^2 = 400 + 2\big((-6)17 + (-8)(-4)\big)$$

$$v^2 = 400 + 2\,(-102 + 32)$$

$$v^2 = 400 - 140$$

$$v^2 = 260$$

$$\therefore\quad v = \sqrt{260} \approx 16\ m/s$$



6. En el instante $t_0 = 0$ una partícula se encuentra en la posición $\vec{r}_o = (3\hat{i} - 4\hat{j})\,m$ en ese instante tiene una velocidad $\vec{v}_o = (30\hat{i} - 40\hat{j})\,m/s$ y una aceleración constante $\vec{a} = (10\hat{i} + 10\hat{j})\,m/s^2$. Determine el instante de tiempo (en s) en que corta al eje X.

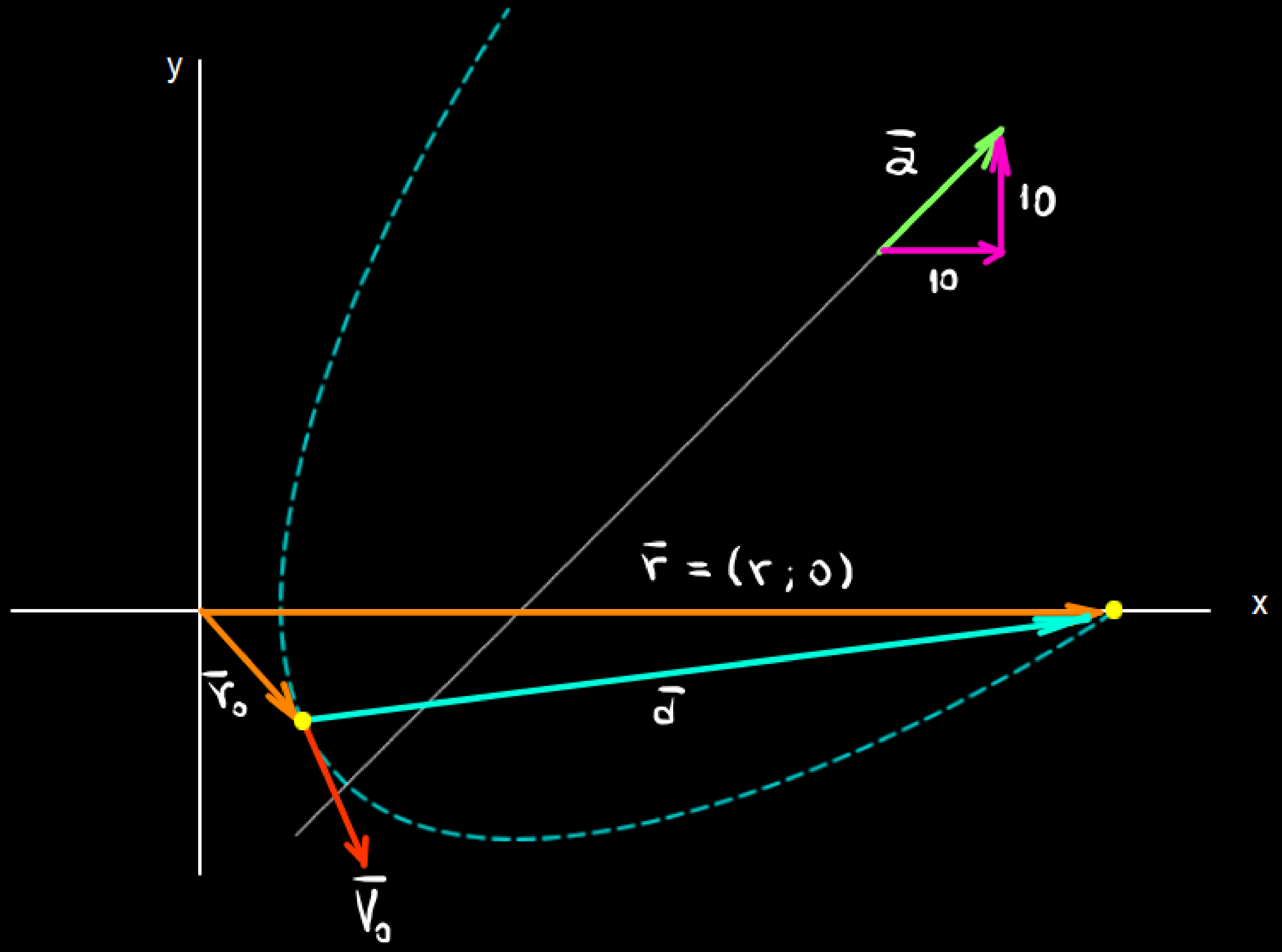
A) 5,4 B) 6,8 C) 7,7 D) 8,1 E) 9,0

$$\bar{d} = \bar{V}_o t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2$$

$$\bar{r} - \bar{r}_o = (30;-40)t + \frac{1}{2}(10;10)t^2$$

$$(r;0) - (3;-4) = (30t;-40t) + (5t^2;5t^2)$$

$$(r-3;4) = (30t+5t^2;-40t+5t^2)$$



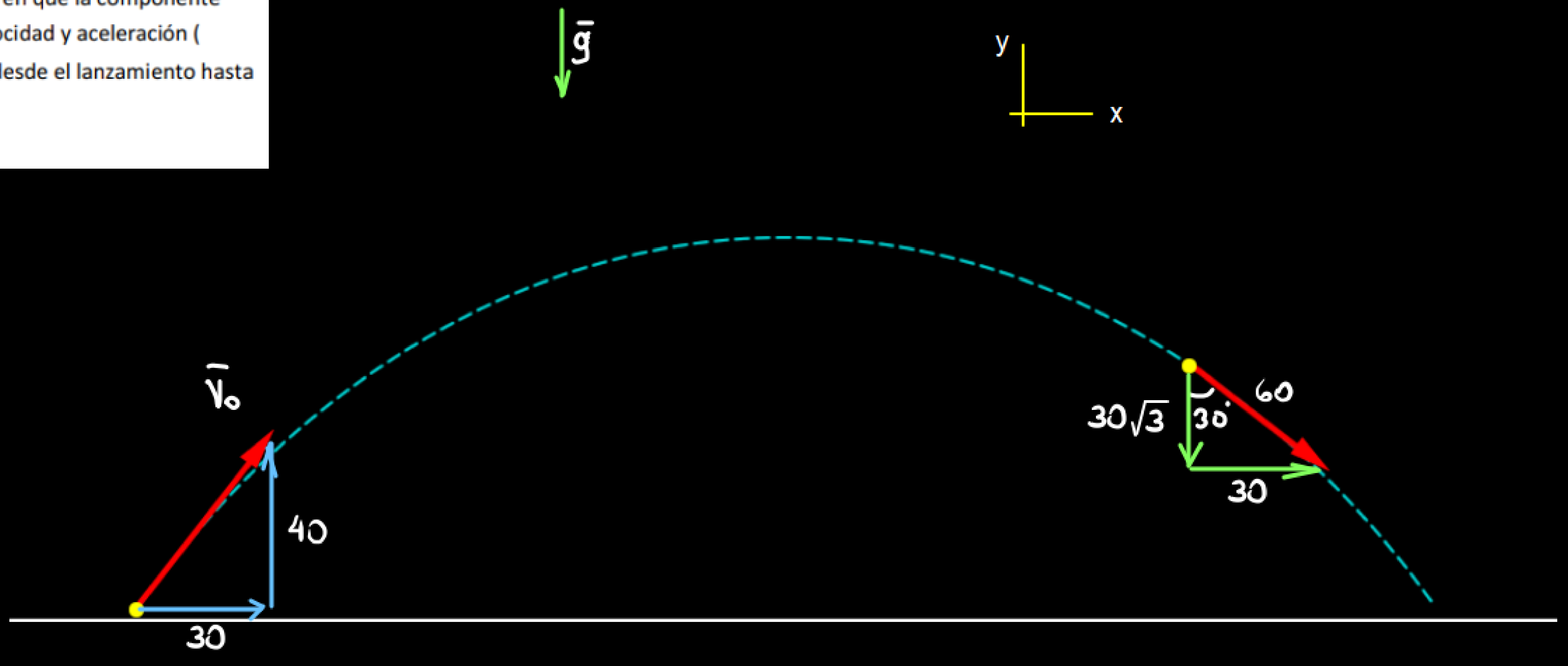
De la figura: $\bar{d} = \bar{r} - \bar{r}_o$

De donde: $-40t + 5t^2 = 4$

Resolviendo, resolviendo por la fórmula general: $t \approx 8,1\ s$

8. Se lanza un proyectil con velocidad inicial $\vec{v}_o = (30\hat{i} + 40\hat{j})$ m/s. en cierto instante, en que la componente vertical de la velocidad apunta hacia abajo la medida del ángulo que forman la velocidad y aceleración ($\bar{g} = -10\hat{j}\ m/s^2$) es 30°, calcule aproximadamente el tiempo (en s) transcurriendo desde el lanzamiento hasta ese instante.

A) 7,2 B) 8,2 C) 9,2 D) 10,2 E) 11,2



* El movimiento en el eje y:

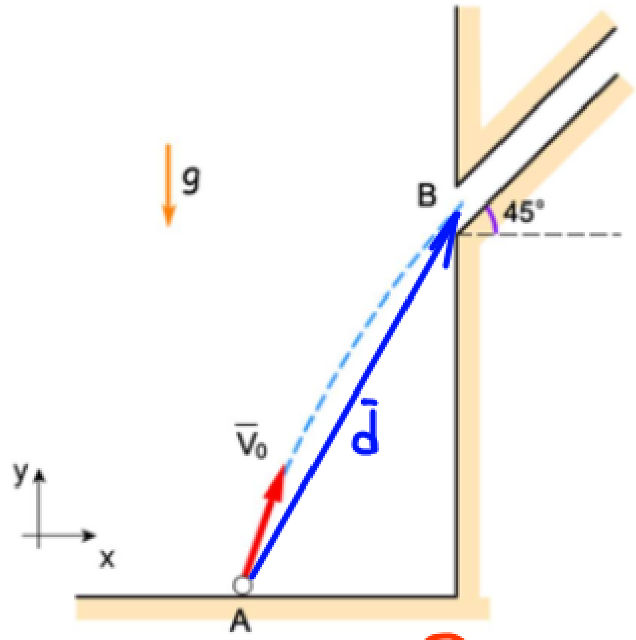
$$V_y = V_{oy} + g\,t$$

$$-30\sqrt{3} = 40 + (-10)\,t$$

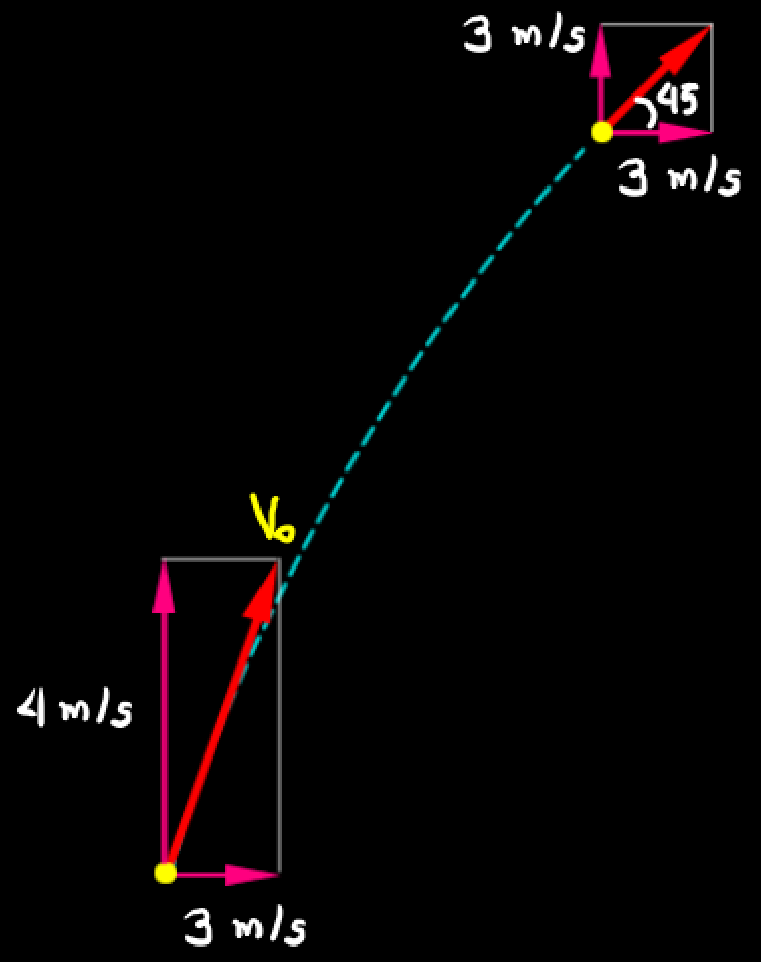
$$t = 4 + 3\sqrt{3}$$

$$t \approx 9{,}2\,s$$

9. Un proyectil es lanzado desde "A" con una velocidad igual a $(3\hat{i}+4\hat{j})$ m/s. Si el proyectil ingresa al canal por "B". Calcule el desplazamiento de "A" hacia "B". ($g = 10m/s^2$)



A) $(0,1\hat{i}+0,15\hat{j})$
B) $(0,2\hat{i}+0,25\hat{j})$
C) $(0,3\hat{i}+0,35\hat{j})$
D) $(0,4\hat{i}+0,45\hat{j})$
E) $(0,5\hat{i}+0,55\hat{j})$



* Hallando el tiempo t:

$$V_y = V_{0_y} + g\,t$$

$$3 = 4 + (-10)\,t \quad \therefore \quad t = 0{,}1\ s$$

* Hallando el desplazamiento:

$$\bar{d} = \bar{V}_0\,t + \frac{1}{2}\bar{a}.t^2$$

$$\bar{d} = (3;4)0{,}1 + \frac{1}{2}(0;-10)0{,}1^2 \Rightarrow \bar{d} = (0{,}3;0{,}4) + (0;-0{,}05)$$

$$\therefore \quad \bar{d} = (0{,}3;0{,}35)$$