



FECHA

Diciembre, 11 del 2020

HORA

Inicio de Prueba: 16:00 hora de Lima - Perú
Finalización de Prueba: 20:00 hora de Lima – Perú

PUNTAJE

Respuesta Correcta	Puntaje:	+15
Respuesta Incorrecta	Puntaje:	-3
Respuesta sin contestar	Puntaje:	0

Todas las preguntas tienen la misma ponderación, pero no necesariamente tienen el mismo grado de dificultad.

Puede hacer uso de los recursos de la web, pero NO está permitido compartir información con otros participantes.

1. Consideremos el siguiente número N de 2020 dígitos:

$$N = 202020212020202120202021 \dots$$

Definimos la sucesión: $a_1 = 2$, $a_2 = 20$, $a_3 = 202$, ...; es decir a_m es el número formado por los "m" primeros dígitos de N. Halle el número de elementos del conjunto:

$$A = \{a_m / a_m \text{ es divisible por } 3\}$$

- A) 252 B) 504 C) 505 D) 756 E) 757
2. Juan y Pedro lanzan alternadamente una moneda cargada con la condición que gana el primero que saca cara. Si Juan comienza, la probabilidad que pierda Pedro es $5/7$. Ahora Juan y Pedro deciden jugar con la misma moneda así: "Dicha moneda será lanzada 3 veces, gana Juan si el número de caras es mayor que el número de sellos, caso contrario gana Pedro". ¿Cuál es la probabilidad de que, en este segundo juego, gane Juan?
- A) 0,648 B) 0,432 C) 0,568 D) 0,352 E) 0,540
3. Los nueve primeros números primos van a ser distribuidos en las casillas del siguiente tablero:

Con las siguientes condiciones:

- Los números de la primera columna tienen el mismo dígito de las unidades.
- El producto de los números de las diagonales, en ambos casos es divisible por 11.
- El producto de los números de la segunda columna termina en cero.

Calcule el mínimo valor de la suma de los cuatro números ubicados en las esquinas.

- A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44
4. Se tienen dos rectas paralelas y coplanarias L_1 y L_2 , se numeran "m" puntos de L_1 con 1, 2, ..., m; y se numeran "n" puntos de L_2 con 1, 2, ..., n; siendo $m > n$. Considere todos los triángulos cuyos vértices son puntos numerados según lo indicado, formándose un total de 175 triángulos. Llamaremos "Triángulo Especial" si al menos uno de sus vértices es un número primo y al menos uno de sus vértices es un número compuesto. ¿Cuántos "triángulos especiales" existen?
- A) 66 B) 69 C) 86 D) 89 E) 106

5. Dos términos consecutivos de un cociente notable, originado al dividir dos polinomios son:

$$x^{21m+7}y^{22-6m}; x^{21m}y^{24-6m}.$$

Sea a el número de términos de dicho cociente notable, y b el número de valores que puede tomar el parámetro m . Calcule $a + b$.

- A) 17 B) 16 C) 23 D) 24 E) 25

6. Sean $a, b, c, d \in \mathbb{Q} \wedge b < c$. Calcule $a - b + cd$, a partir de la igualdad:

$$\sqrt{6 - \sqrt{8} + \sqrt{3}} = a + \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{d}.$$

- A) 4 B) 5 C) 3 D) 6 E) 7

7. Sean $r, s \in \mathbb{N}$. Si $\forall n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2$, se cumple que

$$\sum_{1 \leq r < s \leq n} (r - s)^2 = \sum_{k=0}^5 a_k n^k,$$

determine el recíproco del valor de $a_5 + 6a_4 + 8a_2 + a_1$.

- A) -2 B) -6 C) 12 D) -12 E) 6

8. Sean $x, y \in \mathbb{R} \wedge x > y \geq 0$. Si $f(x_0; y_0)$ es el mínimo valor de la expresión $f(x; y)$, siendo:

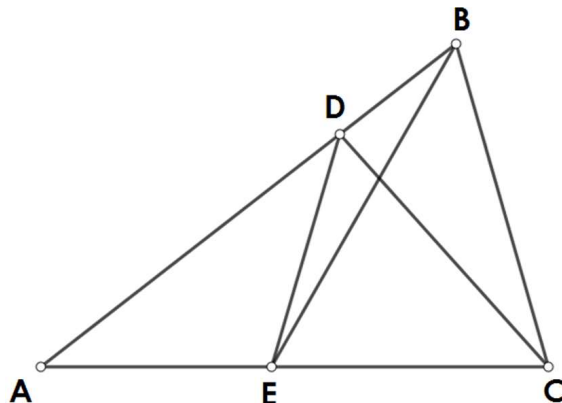
$$f(x; y) = x + 1 + \frac{4}{(x - y)(y + 1)^2},$$

entonces la suma de las cifras de $(x_0 y_0 + f(x_0; y_0))^2$ es igual al valor de.

- A) $f(x_0; y_0) + x_0 + y_0$ B) $2f(x_0; y_0) + x_0 + y_0$ C) $f(x_0; y_0) + x_0 y_0 + 1$
 D) $2f(x_0; y_0) + x_0 y_0 - 1$ E) $2f(x_0; y_0) + x_0 - y_0 + 1$

9. En la figura mostrada:

- DE es bisectriz del ángulo ADC
- $\angle ABE + \angle ACD = 90^\circ$



Entonces es cierto que:

A) $BD + DC = BE + EC$

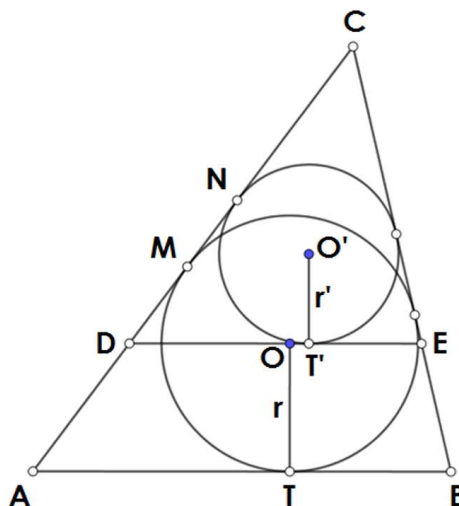
B) $BD + DC = \sqrt{BE \cdot EC}$

C) $BD + DC = \frac{2BE \cdot EC}{BE + EC}$

D) $BD + DC = \frac{BE + EC}{2}$

E) $BD + DC = \sqrt{BE^2 + EC^2}$

10. En la figura, DE es paralela a AB. La circunferencia de centro O y radio r está inscrita en el triángulo ABC.



La circunferencia de centro O' y radio r' está inscrita en el triángulo CDE. Los puntos M, N, T y T' son de tangencia y $O \in DE$. Encuentra el valor de.

$$\frac{r'}{r} - \frac{MN}{AB}$$

A) $\frac{1}{2}$

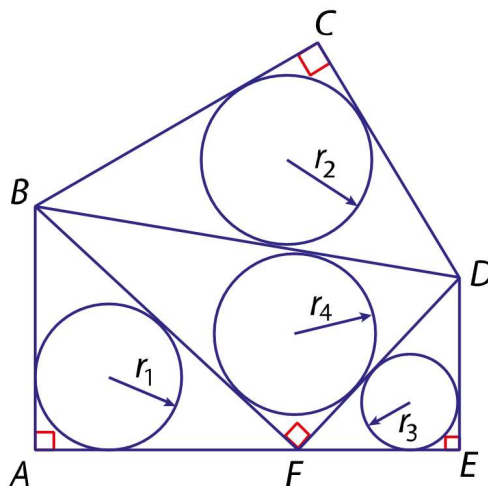
B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) 0

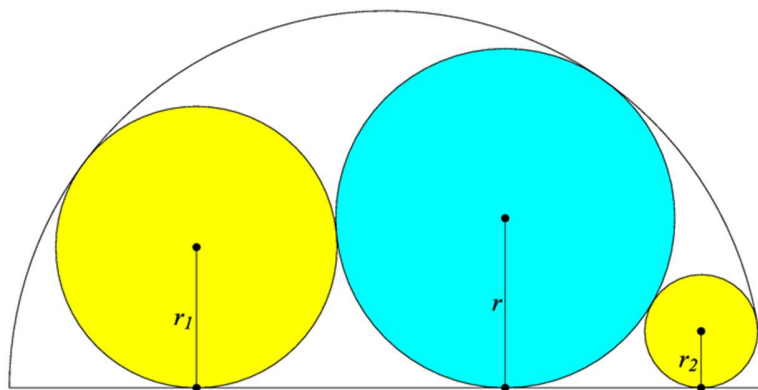
E) 1

11. En la figura, el perímetro del pentágono ABCDE es 30 cm y $BD = 9$ cm. Calcula $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$.



- A) 5 cm B) 6 cm C) 7 cm D) 8 cm E) 9 cm

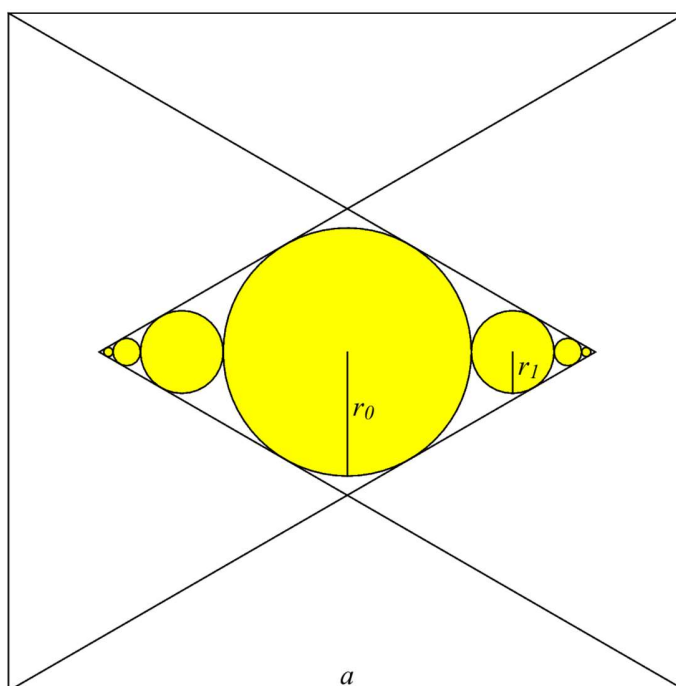
12. La figura muestra una semicircunferencia y su respectivo diámetro de longitud $2R$. Determine la relación entre la media aritmética y la media geométrica de r_1 y r_2 en función de R y r .



- A) $\frac{2R-r}{R+r}$ B) $\frac{3R-2r}{R+2r}$ C) $\frac{4R-3r}{R+3r}$
 D) $\frac{3R(2R-r)}{2(R+r)^2}$ E) $\frac{2R(3R-2r)}{(R+2r)^2}$

13. La figura muestra un cuadrado de lado a y dos triángulos equiláteros también de lado a . Determine a qué valor tiende la suma de las áreas de los infinitos círculos de color amarillo en función del parámetro numérico:

$$\varphi = \pi \left(\frac{\sqrt{3}-1}{4} \right)^2$$



- A) $\frac{5}{4}\varphi$ B) $\frac{9}{8}\varphi$ C) $\frac{11}{8}\varphi$ D) $\frac{19}{16}\varphi$ E) $\frac{21}{16}\varphi$

14. En un triángulo acutángulo ABC se traza las alturas AH y CF. Si se verifica que $BH + BF = 4(AF + CH)$, entonces la medida del ángulo ABC es igual a.

- A) 30° B) 45° C) 60° D) $\text{sen}^{-1}(3/5)$ E) $\text{sen}^{-1}(4/5)$

15. Si se cumple que: $x_1 \in \langle -\frac{\pi}{2}, 0 \rangle$, $x_2 \in \langle \frac{3\pi}{2}, 2\pi \rangle$, $x_3 \in \langle -\frac{3\pi}{2}, -\pi \rangle$, y además:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\tan x_i}{\text{sen} 2x_i} = 2 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^3 x_i = \frac{\pi}{2}$$

determine:

$$\prod_{i=1}^3 (\tan 2x_i + \tan x_i)$$

- A) $(\frac{8}{3})^2 \sqrt{2}$ B) $-(\frac{8}{3})^2 \sqrt{2}$ C) $(\frac{8}{3})^2 \sqrt{3}$ D) $-(\frac{8}{3})^2 \sqrt{3}$ E) N.A.

16. Determine el valor de:

$$R = \prod_{i=1}^{51} \left[1 + \frac{(-1)^{i+1}}{\cos\left(\frac{i\pi}{2n+1}\right)} \right]$$

- A) -103 B) -101 C) 0 D) 101 E) 103

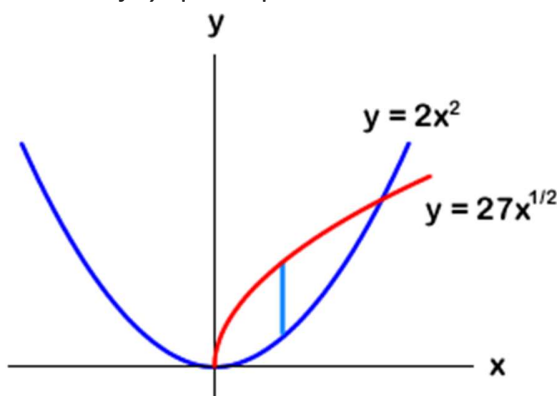
17. Los focos de una elipse son $F_1(-2; 5)$ y $F_2(-8; 5)$. la ecuación de la recta tangente a la misma es $x + 2y - 17 = 0$. Determine el perímetro del triángulo formado por el punto de tangencia y los focos de la elipse.

- A) 17,5 B) 18 C) 18,5 D) 19 E) 19,5

18. Calcule: $\int (1-x)^{2020} x dx$.

- A) $\frac{x^{2020}}{2020} + \frac{x^{2021}}{2021}$ B) $\frac{(x-1)^{2020}}{2020} + \frac{(x-1)^{2021}}{2021}$ C) $\frac{(1-x)^{2022}}{2022} - \frac{(1-x)^{2021}}{2021}$
 D) $\frac{(1-x)^{2021}}{2021} - \frac{(1-x)^{2022}}{2022}$ E) $\frac{(1-x)^{2021}}{2021} + \frac{(1-x)^{2022}}{2022}$

19. La figura muestra dos curvas cuyas ecuaciones son $y = 2x^2$; $y = 27x^{1/2}$. Determine la máxima longitud del segmento paralelo al eje y que se puede trazar uniendo estas dos curvas.

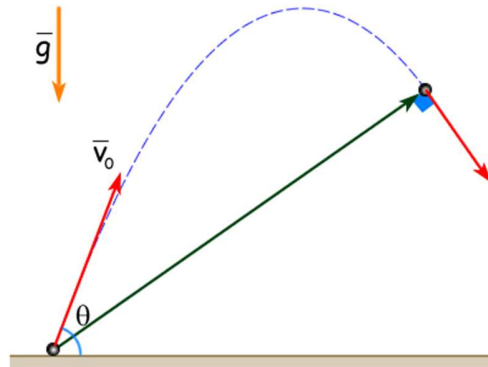


- A) 2^5 B) 3^3 C) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ D) $\frac{3^4}{2^2}$ E) $\frac{3^5}{2^3}$

20. Si: $\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 + y} \frac{dy}{dx} = -\cos x$, tal que $y(0) = 1$. Determine $y(\pi)$.

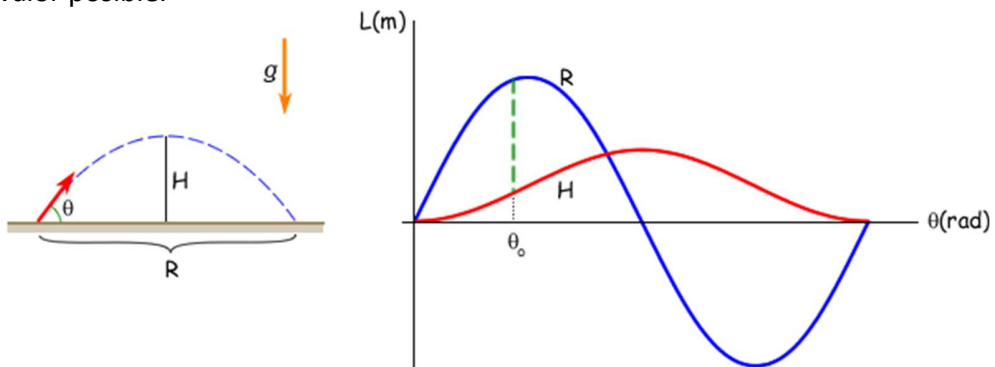
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) N.A.

21. Un proyectil se lanza con un ángulo θ respecto de la horizontal con una cierta velocidad inicial. Determine el máximo valor de θ para que después de algún intervalo de tiempo su velocidad sea perpendicular al desplazamiento experimentado.



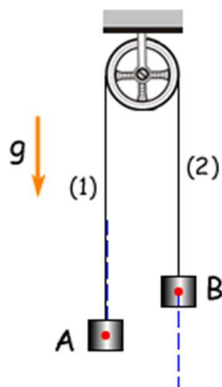
- A) $\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ B) $\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ C) $\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

22. La gráfica esboza la relación entre el alcance horizontal R , y la altura máxima H alcanzada, con el ángulo de lanzamiento θ de un proyectil lanzado desde la superficie de la Tierra con una rapidez constante. Determine para que valor de θ_0 para que la diferencia entre R y H tome su máximo valor posible.



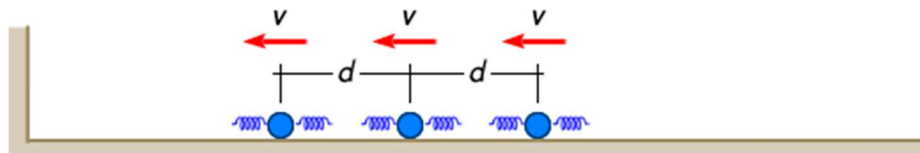
- A) 30° B) 37° C) 45° D) $\tan^{-1}(4)$ E) $0,5 \tan^{-1}(4)$

23. Los bloques A y B mostrados en la figura poseen igual tamaño pero diferente masa ($m_A = 4 \text{ kg}$; $m_B = 1 \text{ kg}$). Cuando el sistema se libera a partir del reposo, debido al rozamiento de la cuerda sobre la polea fija, la magnitud de la tensión de la cuerda en el tramo (1) siempre es un 50% mayor que la del tramo (2). Si después de un cierto tiempo los bloques alcanzan su velocidad límite, determine la fuerza de resistencia del aire que actúa sobre cada bloque. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



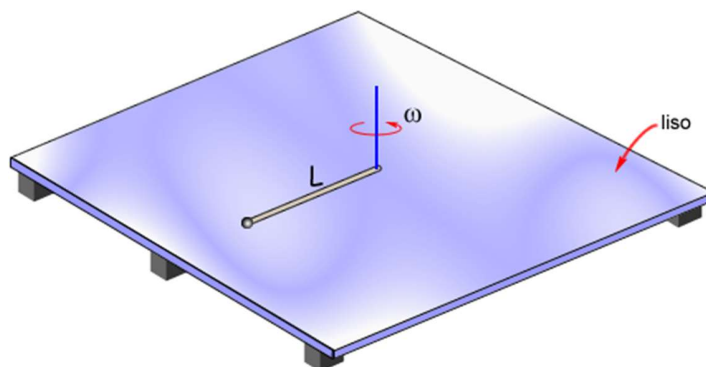
- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

24. Tres esferitas idénticas, de masas m cada una, se mueven sobre una misma recta y se dirigen hacia una pared vertical con una rapidez constante v , como se muestra en la figura. La distancia de separación inicial entre estas es d y cada una tiene soldada dos resortes idénticos ideales de constante k y longitud L ($L \ll d$). Determine el tiempo que transcurre entre el primer y último contacto de las esferas con la pared. Considere superficies lisas.



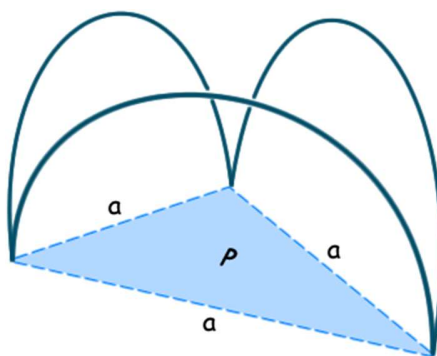
- A) $3\pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{d}{v}$ B) $3\pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{2d}{v}$ C) $3\pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{3d}{v}$
 D) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{d}{v}$ E) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{2d}{v}$

25. Un sistema formado por una varilla uniforme y homogénea, de longitud L y de masa m , y una esferilla de la misma masa en su extremo, rota con rapidez angular constante ω alrededor de un eje vertical que pasa por su extremo, sobre una mesa horizontal completamente lisa. Si se desprecia toda clase de rozamiento, determine la magnitud de la fuerza que ejerce la varilla sobre el eje de rotación.



- A) $\frac{3}{2}m\omega^2L$ B) $\frac{3^2}{2^4}m\omega^2L$ C) $\frac{3^3}{2^5}m\omega^2L$ D) $\frac{3^4}{2^6}m\omega^2L$ E) $\frac{3^5}{2^7}m\omega^2L$

26. Los lados de un triángulo equilátero de lado a son los diámetros de tres anillos delgados semicirculares uniformes idénticos cada uno de masa m . El plano de cada anillo es perpendicular al plano P en donde se encuentra el triángulo equilátero. Determine el momento de inercia del sistema formado por estos tres anillos semicirculares respecto de un eje que pasa por el centroide del triángulo y perpendicular al plano P .

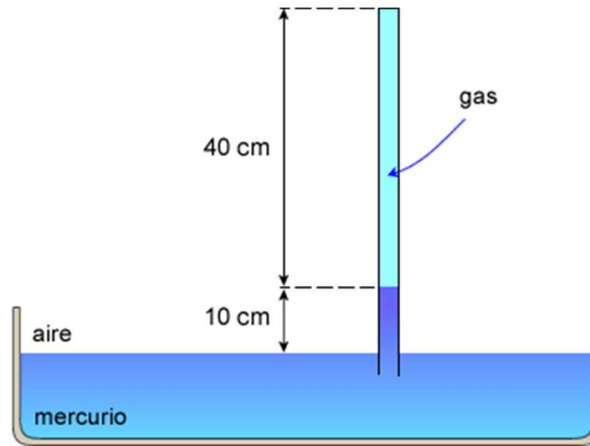


NOTA: El momento de inercia de cada anillo semicircular de masa m y radio R , respecto de su eje de simetría es:

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

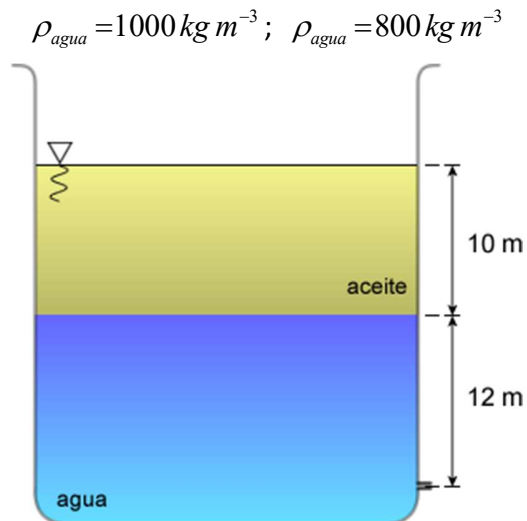
- A) $\frac{5}{24}ma^2$ B) $\frac{5}{16}ma^2$ C) $\frac{5}{8}ma^2$ D) $\frac{5}{6}ma^2$ E) $\frac{1}{2}ma^2$

27. Cómo varía el nivel de mercurio en el tubo mostrado, si la temperatura se eleva de 27 °C a 87 °C. Desprecie la dilatación del tubo, la presión atmosférica es la normal. ¿Aumenta o disminuye el nivel del mercurio?



- A) Aumenta en 4,77 cm B) Disminuye en 4,77 cm C) Aumenta en 5,33 cm
 D) Disminuye en 4,33 cm C) Aumenta en 6,24 cm

28. Un recipiente ancho contiene agua y aceite. Si al recipiente se le practica un agujero cerca de la base, determine aproximadamente la rapidez de salida del chorro de agua. (considere fluidos ideales)



- A) 18,8 B) 19,8 C) 20,8 D) 21,8 E) 22,8

29. Un compuesto orgánico tiene un porcentaje de C y H en una proporción de 6: 1 y un porcentaje de C y O en una proporción de 3: 4. El compuesto es.

- A) $HCHO$ B) CH_3OH C) CH_3CH_2OH D) $(COOH)_2$

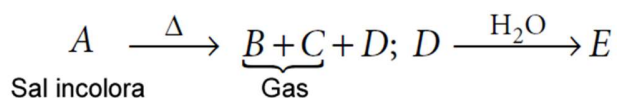
30. Un mol de $N_2O_4(g)$ a 300 K se mantiene en un recipiente cerrado a la presión de una atmósfera. Se calienta a 600 K cuando el 20% del $N_2O_4(g)$ se descompone en $NO_2(g)$. La presión resultante es.

- A) 1,2 atm B) 2,4 atm C) 2,0 atm D) 1,0 atm E) 1,6 atm

31. La constante de autoionización del ácido fórmico puro, $K = [HCOOH_2^+][HCOO^-]$ se ha estimado en 10^{-6} a temperatura ambiente. La densidad del ácido fórmico es de $1,22 \text{ g cm}^{-3}$. El porcentaje de disociación del ácido fórmico es.

- A) 0,002% B) 0,004% C) 0,006% D) 0,008% E) 0,010%

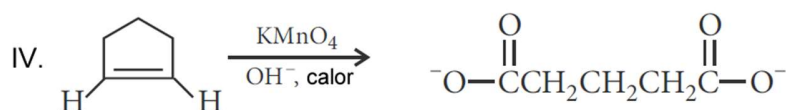
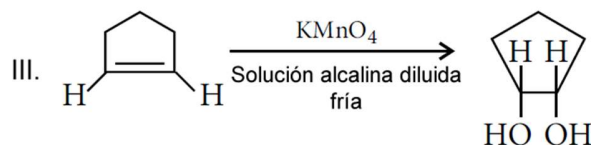
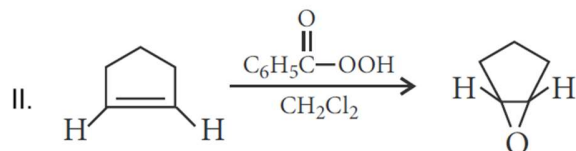
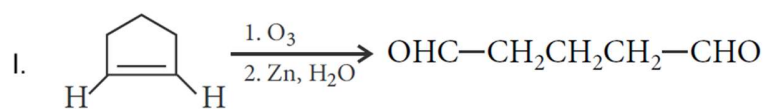
32. En la siguiente reacción:



El gas C se transforma en la solución E lechosa. B arde con llama azul. A también decolora MnO_4^- / H^+ . A, B, C, D y E respectivamente son.

- A) $CaC_2O_4, CO, CO_2, CaO, Ca(OH)_2$
 B) $CaC_2O_4, CO_2, CO, CaO, Ca(OH)_2$
 C) $CaCO_3, CO, CO_2, Ca(OH)_2, CaO$
 D) $CaOCl_2, Cl_2, O_2, CaO, Ca(OH)_2$
 E) N.A.

33. ¿Cuáles de las siguientes son correctas?



- A) Sólo I B) solo II C) solo IV
D) II, III y IV E) Todas

34. Un hidrocarburo $W(C_6H_{10})$ dio un precipitado blanco con nitrato de plata amoniacal. La oxidación de W con alcalino caliente $KMnO_4$ dio ácido 2,2-dimetilpropanoico. El número de átomos de C hibridados sp^2 en W es.

RPT:

35. La sal de plata de un alquino contiene 67,08% de plata. Si no hay otro grupo funcional presente, entonces el número de átomos de carbono en el alquino es.

RPT:

36. Se introduce 1 mol de NO_2 y 2 moles de CO en un recipiente cerrado de 1 litro para obtener el siguiente equilibrio.



En el punto de equilibrio se hizo reaccionar el 25% de la cantidad inicial de $CO(g)$, luego K_c para la reacción anterior es $1/x$. El valor de x es.

RPT: 3

37. En un sistema de síntesis in vitro de proteínas, la adición de un ARNm humano a la maquinaria de traducción de *Escherichia coli* (ribosomas, ARNt) provoca la síntesis de una proteína muy parecida a la codificada por dicho ARNm en su organismo de procedencia. ¿Qué característica del código genético explica dicho resultado?
- A) La existencia de codones de parada
 - B) El código genético es universal
 - C) Un mismo codón codifica para más de un aminoácido
 - D) Los codones son homólogos
 - E) El ribosoma siempre sintetiza un tipo de proteína
38. Las células somáticas se dividen por mitosis y las células germinales lo hacen por meiosis. En relación a la mitosis y a la primera división meiótica de una célula $2n=10$, ¿cuál de las afirmaciones es correcta?
- A) En la mitosis se separan 10 cromátidas y en la meiosis 5 cromosomas homólogos.
 - B) En la mitosis se separan 5 cromátidas y en la meiosis 10 cromosomas homólogos.
 - C) En la mitosis se separan 10 cromosomas y en la meiosis 5 cromátidas hermanas.
 - D) En la meiosis se separan 5 cromosomas homólogos y en la meiosis 5 cromosomas hermanos.
 - E) En la mitosis se separan 20 cromátidas y en la meiosis 10 cromátidas.
39. El ecotono es un término ecológico utilizado para:
- A) Diferenciar lo biótico y lo abiótico en un ecosistema
 - B) Identificar la zona de transición entre dos ecosistemas diferentes
 - C) Verificar el clímax
 - D) Medir la regresión del ecosistema
40. En cada cromátida de un cromosoma en metafase se encuentra:
- A) 2 moléculas de ADN
 - B) Sólo una molécula de ADN
 - C) 2 moléculas de ADN asociadas a la lámina nuclear
 - D) Una molécula de ADN asociada con histonas
 - E) Dos moléculas de ADN asociada con histonas

Créditos

La elaboración de esta prueba ha sido posible gracias a la colaboración de un grupo de docentes que de una manera desinteresada han aportado problemas, en su mayoría inéditos, para esta justa académica.

Consideramos que eventos de este tipo nos hace más competitivos académicamente y nuestro compromiso es de seguir en esta brega y hacer que año tras año nuestros eventos de competencia online tengan mayor cobertura.

Eternamente agradecido al equipo creativo de este año 2020.

[Heisemberg Tarazona Coronel](#)

[Oscar Reynaga](#)

[Roberto Vizurraga](#)

[Eddy Huamani](#)

[César Urquizo](#)

[Ruddy Cruz Mendéz](#)

[Francisco Javier García Capitán \(*\)](#)

[Ángel Silva Palacios](#)

[Luis Gutiérrez Valladares](#)

[Walter Pérez Terrel](#)

[José Cabada](#)

[Orlando Ramírez](#)

